ഗണിതം

ഭാഗം -2

സ്റ്റാൻഡേർഡ് V

കേരളസർക്കാർ
വിദ്യാഭ്യാസവകുപ്പ്

സംസ്ഥാന വിദ്യാഭ്യാസ ഗവേഷണ പരിശീലന സമിതി (SCERT), കേരളം

2016

KT 613-1/Maths-5(M) (Vol-II)

ദേശീയഗാനം

ജനഗണമന അധിനായക ജയഹേ
ഭാരത ഭാഗ്യവിധാതാ,
പഞ്ചാബസിന്ധു ഗുജറാത്ത മറാഠാ
ദ്രാവിഡ ഉത്ക്കല ബംഗാ,
വിന്ധ്യഹിമാചല യമുനാഗംഗാ,
ഉച്ഛല ജലധിതരംഗാ,
തവശുഭനാമേ ജാഗേ,
തവശുഭ ആശിഷ മാഗേ,
ഗാഹേ തവ ജയ ഗാഥാ
ജനഗണമംഗലദായക ജയഹേ
ഭാരത ഭാഗ്യവിധാതാ.
ജയഹേ, ജയഹേ, ജയഹേ,
ജയ ജയ ജയ ജയഹേ!

പ്രതിജ്ഞ

ഇന്ത്യ എന്റെ രാജ്യമാണ്. എല്ലാ ഇന്ത്യക്കാരും എന്റെ സഹോദരീ സഹോദരന്മാരാണ്.

ഞാൻ എന്റെ രാജ്യത്തെ സ്നേഹിക്കുന്നു; സമ്പൂർണവും വൈവിധ്യപൂർണവുമായ അതിന്റെ പാരമ്പര്യത്തിൽ ഞാൻ അഭിമാനം കൊള്ളുന്നു.

ഞാൻ എന്റെ മാതാപിതാക്കളെയും ഗുരുക്കന്മാരെയും മുതിർന്നവരെയും ബഹുമാനിക്കും.

ഞാൻ എന്റെ രാജ്യത്തിന്റെയും എന്റെ നാട്ടുകാരുടെയും ക്ഷേമത്തിനും ഐശ്വര്യത്തിനും വേണ്ടി പ്രയത്നിക്കും.

Prepared by :

State Council of Educational Research and Training (SCERT)
Poojappura, Thiruvananthapuram 695 012, Kerala

Website : www.scertkerala.gov.in
E-mail : scertkerala@gmail.com
Phone : 0471-2341883, Fax : 0471-2341869
Typesetting and Layout : SCERT
First Edition : 2014, Reprint : 2016
Printed at : KBPS, Kakkanad, Kochi-30
© Department of Education, Government of Kerala

പ്രിയപ്പെട്ട കുട്ടികളേ,

സംഖ്യകളും രൂപങ്ങളുമായി ബന്ധപ്പെട്ട്
കുറേയേറെ കാര്യങ്ങൾ നാം മനസ്സിലാക്കി.

കുറേക്കൂടി വലിയ സംഖ്യകൾ, ഭിന്നസംഖ്യകൾ,
അവയുടെ ക്രിയകൾ, ഉപയോഗപ്പെടുത്താവുന്ന
പ്രശ്നങ്ങൾ, സംഖ്യാപ്രത്യേകതകൾ
തുടങ്ങിയവ നമുക്ക് ചർച്ചചെയ്യാം.
ജ്യാമിതിയുമായി ബന്ധപ്പെട്ട പുതിയ ആശയങ്ങൾ,
നിർമിതികൾ
തുടങ്ങിയവ പരിചയപ്പെടാം.

യുക്തിപരമായി ചിന്തിച്ചും കൃത്യതയോടെ വരച്ചും
ബന്ധങ്ങൾ കണ്ടെത്തിയും.......
നമുക്ക് ആത്മവിശ്വാസത്തോടെ മുന്നേറാം.

ആശംസകളോടെ,

ഡോ. ജെ. പ്രസാദ്
ഡയറക്ടർ
എസ്.സി.ഇ.ആർ.ടി.

പാഠപുസ്തക രചന

ശില്പശാലയിൽ പങ്കെടുത്തവർ

രമേശൻ എൻ.കെ.
എച്ച്.എസ്.എ.
ആർ.ജി.എം.എച്ച്.എസ്.എസ്, പാനൂർ, കണ്ണൂർ

കുഞ്ഞഹമ്മദ് ടി.പി.
പി.ഡി. ടീച്ചർ, ജി.എം.യു.പി. സ്കൂൾ
തിരുവള്ളൂർ

ടി.പി. പ്രകാശൻ
എച്ച്.എസ്.എ, ജി.എച്ച്.എസ്.എസ്.
വാഴക്കാട്, മലപ്പുറം

രവികുമാർ ടി.എസ്.
പി.ഡി.ടീച്ചർ, ജി.യു.പി.എസ്.
അഞ്ചച്ചവടി, മലപ്പുറം

അനിത വി.എസ്.
ലക്ചറർ, ഡയറ്റ്, തിരുവനന്തപുരം

സുശീലൻ കെ.
ബി.ആർ.സി. ട്രെയിനർ, തിരൂർ
മലപ്പുറം

വാസുദേവൻ കെ.പി.
മാസ്റ്റർ ട്രെയിനർ, ഐ.ടി. @ സ്കൂൾ
പ്രോജക്ട്, തൃശ്ശൂർ

വീരാൻകുട്ടി കെ.
യു.പി.എസ്.എ, സി.എച്ച്.എം.കെ.എം.
യു.പി.എസ്, മുണ്ടക്കുളം, മലപ്പുറം

റവായത്ത് എം.കെ.
ടീച്ചർ, ജി.എച്ച്.എസ്. ബേമ്മണ്ണൂർ.
പാലക്കാട്

കൃഷ്ണദാസ് പലേരി
ടീച്ചർ, ജി.യു.പി.എസ്, കൊടിയമ്മ.
കാസർഗോഡ്

വിദഗ്ധർ

ഡോ. രമേഷ്കുമാർ പി.
അസി. പ്രൊഫസർ, കേരള സർവകലാശാല

ഡോ. മുംതാസ് എൻ.എസ്.
അസോ. പ്രൊഫസർ, ഫാറൂഖ് ട്രെയിനിങ് കോളേജ്, കോഴിക്കോട്

ചിത്രകാരന്മാർ

ധനേശൻ എം.വി.
എ.വി.എസ്.ജി.എച്ച്.എസ്.എസ്,
കരിവള്ളൂർ, കണ്ണൂർ

കുഞ്ഞിരാമൻ പി.സി.
ഡയറ്റ്, എറണാകുളം

ഹരികുമാർ കെ.ബി.
കഴക്കൂട്ടം, തിരുവനന്തപുരം

ഹരി ചാരുത
നേമം, തിരുവനന്തപുരം

അക്കാദമിക് കോഡിനേറ്റർമാർ

സുജിത് കുമാർ ജി.
റിസർച്ച് ഓഫീസർ, എസ്.സി.ഇ.ആർ.ടി.

അരുൺ ജ്യോതി എസ്.
റിസർച്ച് ഓഫീസർ, എസ്.സി.ഇ.ആർ.ടി.

ഡോ. ലിഡ്സൺരാജ് ജെ.
റിസർച്ച് ഓഫീസർ, എസ്.സി.ഇ.ആർ.ടി.

ഉള്ളടക്കം

6. പരപ്പിന്റെ അളവ് 91

7. സംഖ്യകൾക്കുള്ളിൽ 103

8. ഭാഗങ്ങൾ ചേരുമ്പോൾ 121

9. ചിത്രങ്ങൾ വായിക്കാം 142

ഈ പുസ്തകത്തിൽ സൗകര്യത്തിനായി ചില ചിഹ്നങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ചിരിക്കുന്നു.

ICT സാധ്യത

ചെയ്തുനോക്കാം

പ്രോജക്ട്

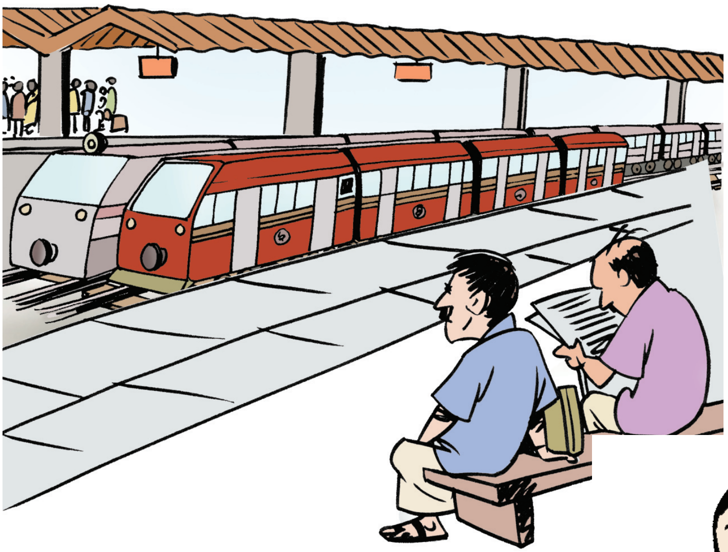
തിരിഞ്ഞുനോക്കുമ്പോൾ

6

പരപ്പിന്റെ അളവ്

വലുതേത്?

റെയിൽവേ സ്റ്റേഷനിൽ രണ്ടു തീവണ്ടികൾ നിർത്തിയിട്ടിരിക്കുന്ന ചിത്രം കണ്ടല്ലോ. ഇതിൽ ഏതിനാണ് നീളം കൂടുതൽ?

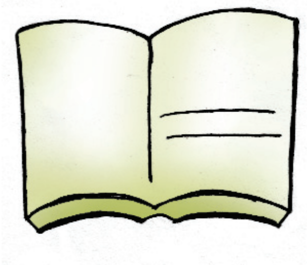


രമ്യ തന്റെ കൈയിലെ റിബ്ബണുകളിൽ ഏതിനാണ് നീളം കൂടുതൽ എന്നു നോക്കുകയാണ്.

എന്താണ് വഴി?

രണ്ടും ചേർത്തുവച്ച് നോക്കിയാൽ മതിയല്ലോ.

രവിയുടെ നോട്ടുപുസ്തകത്തിൽ വരച്ച രണ്ടു വരകളാണ് ചിത്രത്തിലുള്ളത്.



ഇവയിൽ നീളം കൂടുതലുള്ള വര എങ്ങനെ കണ്ടെത്തും?

ഇവിടെ വരകൾ ചേർത്തു വച്ച് നീളം കൂടിയതേത് എന്നു കണ്ടെത്താൻ പറ്റില്ലല്ലോ?

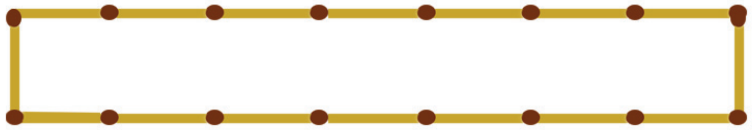
ആദ്യ ചിത്രത്തിൽ നീളം കൂടിയ തീവണ്ടി കണ്ടെത്തിയതുപോലെ ഒറ്റനോട്ടത്തിൽ പറയാനും പറ്റുന്നില്ല. പിന്നെ എന്താണ് വഴി?

അളന്നു നോക്കി പറയാം, അല്ലേ.

തീപ്പെട്ടിക്കമ്പുകൊണ്ട് ചതുരം

ജോസിന്റെയും റഹീമിന്റെയും കൈയിൽ 16 തീപ്പെട്ടിക്കമ്പുകൾ വീതം ഉണ്ട്. ഇവയ്ക്കെല്ലാം ഒരേ നീളമാണ്.

ഈ കമ്പുകൾ ഉപയോഗിച്ച് രണ്ടു പേരും ഉണ്ടാക്കിയ ചതുരങ്ങളുടെ ചിത്രങ്ങളാണ് ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നത്.



ജോസ് ഉണ്ടാക്കിയ ചതുരം

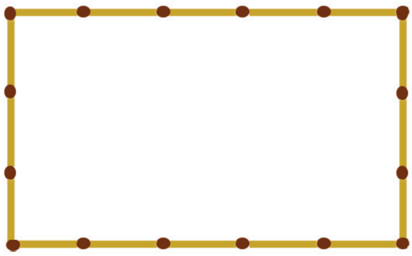
റഹീം ഉണ്ടാക്കിയ ചതുരം

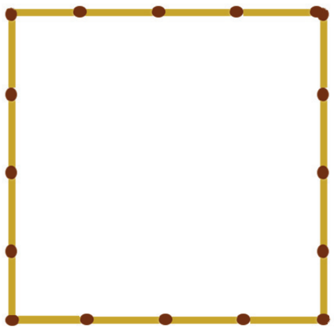
ഇവയിൽ ഏതു ചതുരത്തിനാണ് നീളം കൂടുതൽ?

വീതിയോ?

എങ്ങനെയാണ് കണ്ടെത്തിയത്?

16 തീപ്പെട്ടിക്കമ്പുകൾ കൊണ്ട് ഇനി എങ്ങനെയെല്ലാം ചതുരങ്ങൾ ഉണ്ടാക്കാം?





ഇതൊന്നും അല്ലാതെ മറ്റേതെങ്കിലും ചതുരം ഉണ്ടാക്കാമോ?

ഇവിടെ നാല് ചതുരങ്ങളാണല്ലോ ഉണ്ടാക്കാൻ സാധിച്ചത്. ഈ ചതുരങ്ങളെ പറ്റി ഇങ്ങനെ പറയാം:

ആകെ 16 തീപ്പെട്ടിക്കമ്പുകൾ.

ഒന്നാമത്തെ ചതുരത്തിൽ നീളത്തിൽ 7 കമ്പുകളും വീതിയിൽ 1 ഉം.

രണ്ടാമത്തെ ചതുരത്തിൽ നീളത്തിൽ 6 എണ്ണം, വീതിയിൽ 2 എണ്ണം.

മൂന്നാമത്തെ ചതുരത്തിൽ നീളത്തിൽ 5 ഉം വീതിയിൽ 3 ഉം.

നാലാമത്തെ ചതുരത്തിൽ നീളത്തിലും വീതിയിലും 4 വീതം.

ഈ ചതുരങ്ങളിലെല്ലാം നീളത്തിലും വീതിയിലും വച്ച കമ്പുകളുടെ എണ്ണവും ആകെ കമ്പുകളുടെ എണ്ണവും തമ്മിൽ ബന്ധം ഉണ്ടോ?

കണ്ടെത്തി എഴുതൂ.

20 തീപ്പെട്ടിക്കമ്പുകൾ ഉപയോഗിച്ച് ഏതെല്ലാം രീതിയിൽ ചതുരങ്ങൾ ഉണ്ടാക്കാം?

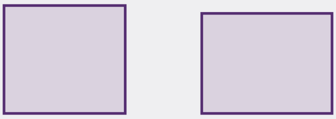
നിങ്ങളുടെ നോട്ട്പുസ്തകത്തിൽ വരച്ചു നോക്കൂ.

കമ്പുകൾ 24 ആയാലോ?

15 തീപ്പെട്ടിക്കമ്പുകൾ ഉപയോഗിച്ച് ഇതുപോലെ ചതുരങ്ങൾ ഉണ്ടാക്കാൻ സാധ്യമാണോ? എന്തുകൊണ്ട്?

ഈർക്കിൽ ചതുരം

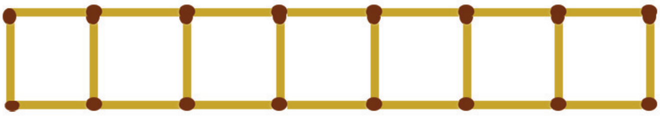
രണ്ട് ഈർക്കിലുകൾ മടക്കി ചതുരം ഉണ്ടാക്കിയ ചിത്രം നോക്കൂ.



ഏതു ചതുരത്തിനാണ് കൂടുതൽ നീളമുള്ള ഈർക്കിൽ ഉപയോഗിച്ചത് എന്ന് എങ്ങനെ കണ്ടെത്താം? ഈർക്കിൽ നിവർത്തി ചേർത്തു വച്ചാൽ മതിയല്ലോ. വലിയ ഈർക്കിൽ ഉപയോഗിച്ച് ഉണ്ടാക്കിയ ചതുരത്തിനാണല്ലോ ചുറ്റളവ് കൂടുതൽ.

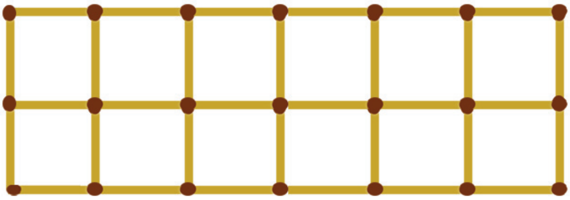
ചതുരത്തിനുള്ളിലെ സമചതുരം

തീപ്പെട്ടിക്കമ്പുകൾ ഉപയോഗിച്ച് ജോസും റഹീമും ഉണ്ടാക്കിയ ചതുരങ്ങൾ ഓർമയുണ്ടല്ലോ. ജോസ് തന്റെ ചതുരത്തെ തീപ്പെട്ടിക്കമ്പുകൾ വച്ച് സമചതുരങ്ങളാക്കിയ ചിത്രമാണ് ചുവടെ.

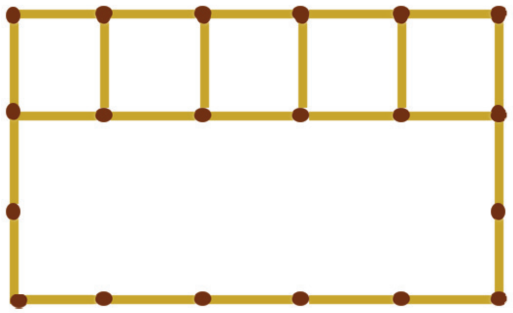


ഇതിൽ എത്ര സമചതുരങ്ങൾ ഉണ്ട്?

റഹീം ഉണ്ടാക്കിയ ചതുരത്തെ ഇതേ വലുപ്പമുള്ള സമചതുരങ്ങളാക്കിയാലോ?



നീളത്തിൽ 5 തീപ്പെട്ടിക്കമ്പുകളും വീതിയിൽ 3 തീപ്പെട്ടിക്കമ്പുകളും വച്ച് ഉണ്ടാക്കിയ ചതുരത്തിനുള്ളിൽ ഇതുപോലെ എത്ര സമചതുരങ്ങൾ ഉണ്ടാക്കാൻ പറ്റും?



ഇവിടെ എത്ര വരികളിലായി സമചതുരങ്ങൾ ഉണ്ടാക്കാം?

ഓരോ വരിയിലും എത്ര സമചതുരങ്ങൾ? ആകെ സമചതുരങ്ങളുടെ എണ്ണം എത്ര?

16 തീപ്പെട്ടിക്കമ്പുകൾ ഉപയോഗിച്ച് ഉണ്ടാക്കിയ മറ്റു ചതുരങ്ങളിലും ഇതുപോലെ സമചതുരങ്ങൾ ഉണ്ടാക്കാമല്ലോ.

ഓരോന്നിലും എത്ര സമചതുരങ്ങൾ ഉണ്ടാകുമെന്ന് കണ്ടെത്തിനോക്കൂ.

ഏതിലാണ് കൂടുതൽ സമചതുരങ്ങൾ ഉള്ളത്?

- 14 തീപ്പെട്ടിക്കമ്പുകൾ നീളത്തിലും 6 കമ്പുകൾ വീതിയിലും വച്ച് ഉണ്ടാക്കിയ ചതുരത്തിനുള്ളിൽ ഇതുപോലെ എത്ര സമചതുരങ്ങൾ ഉണ്ടാക്കാൻ പറ്റും?

കടലാസിലെ സമചതുരം

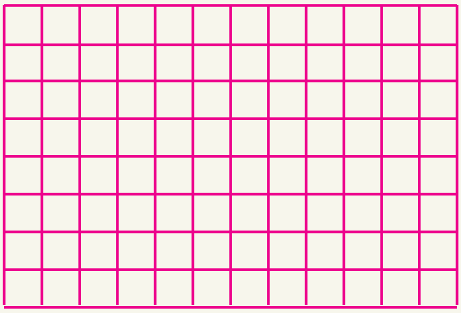
റാണിയുടെയും വീണയുടെയും കൈയിൽ ചതുരാകൃതിയിലുള്ള ഓരോ കാർഡ്ബോർഡ് കഷണം ഉണ്ട്. റാണിയുടെ കാർഡ് ബോർഡിന് 7 സെന്റിമീറ്റർ നീളവും 3 സെന്റിമീറ്റർ വീതിയും ഉണ്ട്. വീണയുടെ കാർഡ് ബോർഡിന്റെ നീളം 6 സെന്റിമീറ്ററും വീതി 4 സെന്റിമീറ്ററും ആണ്.

ആരുടെ കൈയിലുള്ള കാർഡ്ബോർഡിൽ നിന്നാണ് ഒരു സെന്റിമീറ്റർ വശമുള്ള സമചതുരങ്ങൾ കൂടുതൽ എണ്ണം മുറിച്ചെടുക്കാൻ സാധിക്കുക?

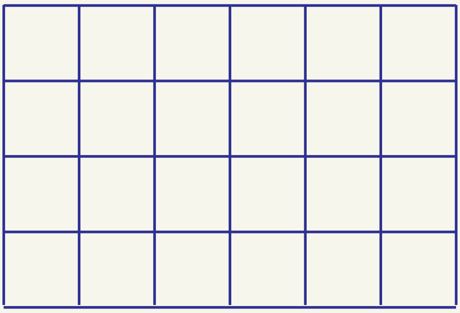
മുറിക്കുന്നതിനു മുമ്പായി സമചതുരങ്ങൾ വരച്ചു നോക്കാം.

പലപല സമചതുരങ്ങൾ

നീളം തുല്യമായ 40 കമ്പുകൾ ഉപയോഗിച്ച് ഉണ്ടാക്കിയ ചതുരങ്ങൾക്കുള്ളിൽ വ്യത്യസ്ത വലുപ്പത്തിലുള്ള സമചതുരങ്ങൾ ഉണ്ടാക്കിയത് നോക്കൂ. ഒരു കമ്പ് ഒരു വശമാകത്തക്ക രീതിയിലാണ് ചുവടെ സമചതുരങ്ങൾ വരച്ചിരിക്കുന്നത്. ഇതിൽ എത്ര സമചതുരങ്ങൾ ഉണ്ട്.

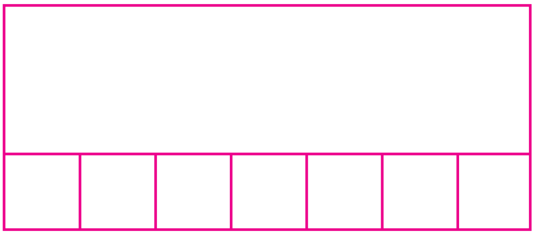


രണ്ട് കമ്പുകൾ ഒരു വശമാകത്തക്ക രീതിയിലാണ് ചുവടെ സമചതുരങ്ങൾ വരച്ചിരിക്കുന്നത്. ഇതിൽ എത്ര സമചതുരങ്ങൾ ഉണ്ട്.



ഈ ചതുരത്തിനുള്ളിൽ മറ്റേതെങ്കിലും വലുപ്പത്തിൽ സമചതുരങ്ങൾ ഉണ്ടാക്കാൻ സാധ്യമാണോ?

ആദ്യം 7 സെന്റിമീറ്റർ നീളവും 3 സെന്റിമീറ്റർ വീതിയുമുള്ള കാർഡ്ബോർഡ് എടുക്കാം.

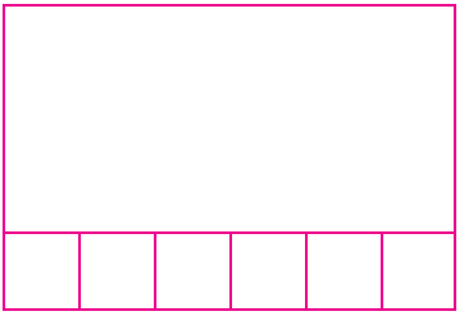


ഒരു വരിയിൽ 1 സെന്റിമീറ്റർ വശമുള്ള 7 സമചതുരങ്ങൾ ഉണ്ടാകുമല്ലോ.

ഇതുപോലെ എത്ര വരികൾ ഉണ്ടാക്കാം?

ആകെ സമചതുരങ്ങളുടെ എണ്ണം = ...

ഇനി വീണയ്ക്ക് എത്ര സമചതുരങ്ങൾ മുറിച്ചെടുക്കാൻ പറ്റും എന്നു കാണാമല്ലോ. കണ്ടെത്തിനോക്കൂ.



എന്താണ് കിട്ടിയത്? ☐

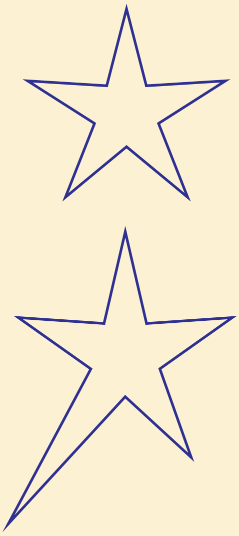
റാണി മുറിച്ചെടുത്തതിനേക്കാൾ മൂന്നു സമചതുരങ്ങൾ വീണയ്ക്ക് കൂടുതൽ മുറിച്ചെടുക്കാൻ സാധിച്ചു.

ഇങ്ങനെ സാധ്യമായത് എന്തുകൊണ്ടായിരിക്കും?

വീണയുടെ കൈയിലെ കാർഡ്ബോർഡിന്റെ പരപ്പ് കൂടുതലായതുകൊണ്ടല്ലേ.

നിറം കൊടുക്കാം

ചുവടെ വരച്ചിട്ടുള്ള രണ്ടു ചിത്രങ്ങൾ നോക്കൂ.



രണ്ടു ചിത്രങ്ങൾക്കും ഒരേ നിറം കൊടുക്കണം.

ഏതു ചിത്രത്തിനാണ് കൂടുതൽ ചായം വേണ്ടിവരുക?

പരപ്പിന്റെ അളവ്

ചുവപ്പും നീലയും നിറത്തിലുള്ള രണ്ടു ചതുരങ്ങൾ കണ്ടല്ലോ.

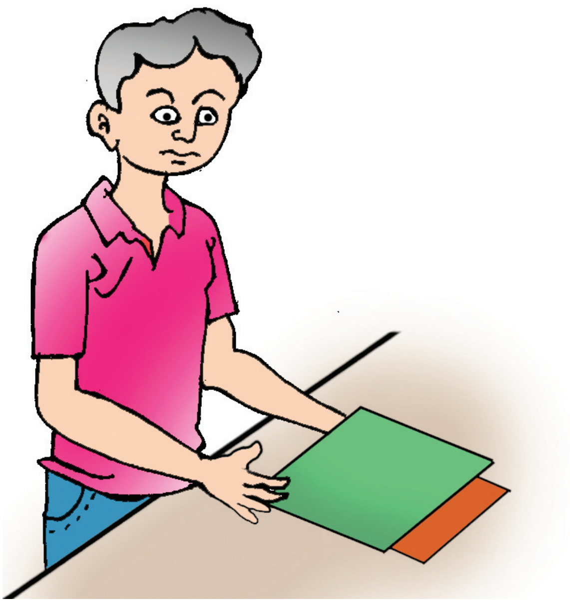
ഏതു ചതുരത്തിനായിരിക്കും പരപ്പ് കൂടുതൽ? ചതുരങ്ങൾ കാണുമ്പോഴെ അറിയാം, ചുവപ്പ് ചതുരത്തിനാണ് പരപ്പ് കൂടുതലെന്ന്.

10 രൂപയുടെ രണ്ടു നോട്ടുകളുടെ പരപ്പുകളെ കുറിച്ച് എന്തു പറയാം?

ഒരെണ്ണം 10 രൂപാ നോട്ടും രണ്ടാമത്തേത് 100 രൂപാ നോട്ടും ആണെങ്കിലോ?

ഏതിനാണ് പരപ്പ് കൂടുതൽ?

പരപ്പളവിനൊരു സംഖ്യ



രവി തന്റെ കൈയിലുള്ള രണ്ടു കാർഡ്ബോർഡ് കഷണങ്ങളിൽ ഏതിനാണ് പരപ്പ് കൂടുതൽ എന്നു നോക്കുകയാണ്.

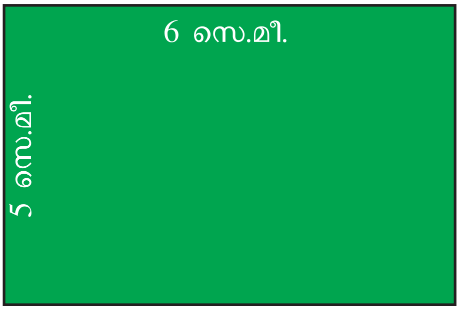
അവൻ കാർഡ്ബോർഡുകൾ രണ്ടും ചേർത്തുവച്ച് നോക്കി.

ഏതിനാണ് പരപ്പ് കൂടുതൽ എന്ന് രവിക്ക് പറയാൻ പറ്റുമോ? എന്തുകൊണ്ട്?

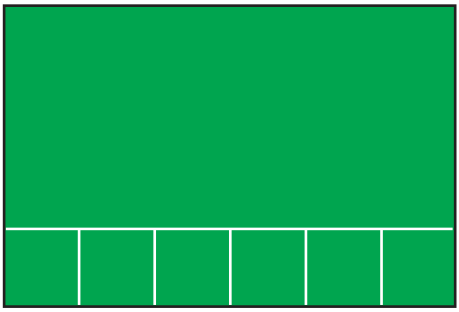
അവനെ എങ്ങനെ സഹായിക്കാം?

ഓരോ കാർഡ്ബോർഡിൽനിന്നും ഒരേ വലുപ്പത്തിലുള്ള എത്ര സമചതുരങ്ങൾ മുറിച്ചെടുക്കാൻ പറ്റും എന്നു നോക്കിയാൽ മതിയല്ലോ.

അതിനായി രണ്ടു കാർഡ്ബോർഡുകളുടെയും നീളവും വീതിയും അളന്ന് എഴുതാം.



ഇനി ഓരോ ചതുരത്തിനുള്ളിലും ഒരു സെന്റിമീറ്റർ വശമുള്ള എത്ര സമചതുരങ്ങൾ വരയ്ക്കാം എന്നു നോക്കാം.



ഇവിടെ ഒരു വരിയിൽ ആറ് സമചതുരങ്ങൾ ഉണ്ട്.

അങ്ങനെ 5 വരികളിലായി ആകെ $5 \times 6 = 30$ ചെറു സമചതുരങ്ങൾ.

എങ്കിൽ ചുവപ്പുനിറത്തിലുള്ള ചതുരത്തിലോ? $4 \times 7 = 28$ ചെറുസമചതുരങ്ങൾ അല്ലേ?

ഇനി ഏതിനാണ് കൂടുതൽ പരപ്പ് എന്നു പറയാമല്ലോ.

ഇവിടെ ചുവപ്പുചതുരത്തിന്റെ പരപ്പ് 28 ചെറു സമചതുരങ്ങളുടെ പരപ്പിന് തുല്യമാണ് എന്നു പറയാം.

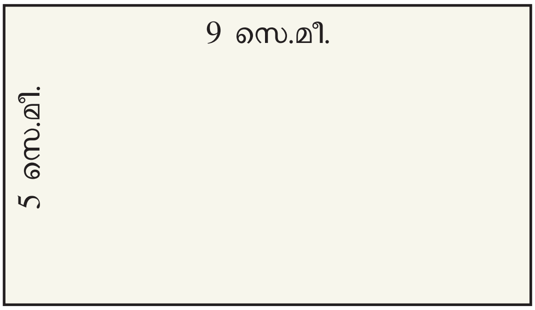
> വശം 1 സെന്റിമീറ്റർ ആയ സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവിനെ 1 ചതുരശ്ര സെന്റിമീറ്റർ (1 Square centimetre) എന്നാണ് പറയുക. പരപ്പളവിനെ വിസ്തീർണം (Area) എന്നും പറയാറുണ്ട്.

എങ്കിൽ ചുവപ്പുചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് 28 ചതുരശ്ര സെന്റിമീറ്റർ എന്നു പറയാം.

പച്ച ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവോ?

ചതുരപ്പരപ്പളവിനൊരു സൂത്രവാക്യം

ചുവടെ വരച്ചിട്ടുള്ള ചതുരം നോക്കൂ.



ചെറു സമചതുരങ്ങൾ വരയ്ക്കാതെ ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് എങ്ങനെ കാണാം?

ചതുരത്തിനുള്ളിൽ നെടുകെയും കുറുകെയും ഓരോ സെന്റിമീറ്റർ അകലത്തിൽ വരകൾ ഉണ്ടെന്ന് സങ്കല്പിച്ചുനോക്കൂ.

ഓരോ വരിയിലും എത്ര സമചതുരങ്ങൾ ഉണ്ടാവും? [ ]

ഇങ്ങനെ എത്ര വരികൾ ഉണ്ടാവും? [ ]

ഇനി ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് പറയാമല്ലോ. [ ]

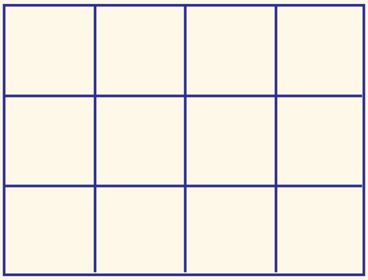
ഇതിനെ ഇങ്ങനെയും എഴുതാം:

ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = നീളം × വീതി

ഒരു ചതുരത്തിന്റെ നീളം 20 സെന്റിമീറ്ററും വീതി 10 സെന്റിമീറ്ററും ആണെങ്കിൽ പരപ്പളവ് ഇനി എളുപ്പത്തിൽ പറയാമല്ലോ.

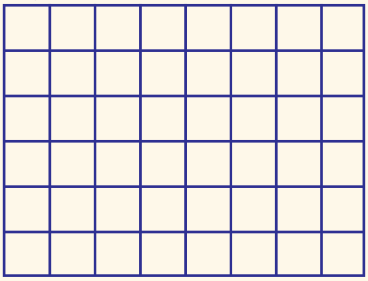
പൊതുവായ രീതി

8 സെന്റിമീറ്റർ നീളവും 6 സെന്റിമീറ്റർ വീതിയുമുള്ള ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് എത്ര എന്ന ചോദ്യത്തിന് അമ്മു നൽകിയ വിശദീകരണം ഇങ്ങനെയാണ്.



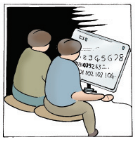
ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് 12 ചെറു സമചതുരങ്ങൾക്കു തുല്യം.

അനുവിന്റെ വിശദീകരണം ചുവടെ എഴുതിയതു പോലെയാണ്.

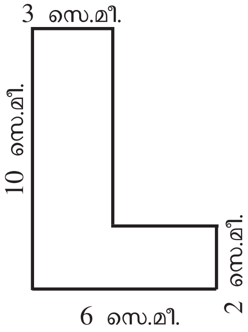


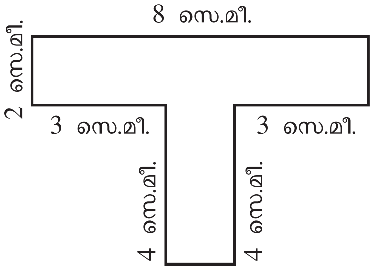
ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് 48 ചെറു സമചതുരങ്ങൾക്കു തുല്യം.

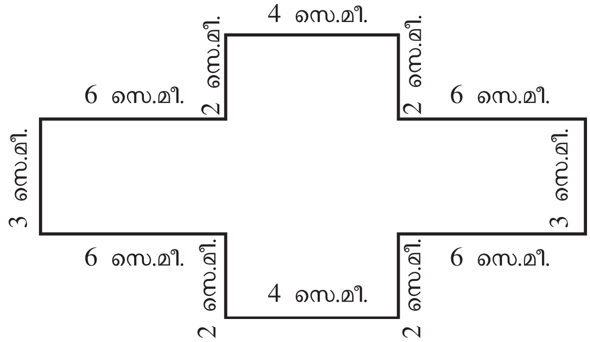
രണ്ടു പേരും പറഞ്ഞതു ശരിയല്ലേ? പക്ഷേ, പരപ്പളവിനെ കാണിക്കുന്ന സംഖ്യകൾ വ്യത്യസ്തമാണ്. ഇതൊഴിവാക്കാൻ പൊതുവേ പരപ്പളവ് പറയുന്നത് 1 സെന്റിമീറ്റർ വശമുള്ള സമചതുരങ്ങളുടെ എണ്ണത്തെ അടിസ്ഥാനമാക്കിയാണ്.



- 15 സെന്റിമീറ്റർ നീളവും 8 സെന്റിമീറ്റർ വീതിയുമുള്ള ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് എത്ര ചതുരശ്രസെന്റിമീറ്ററാണ്?
- ഒരു ചതുരത്തിന്റെ വശങ്ങൾ എല്ലാം 8 സെന്റിമീറ്റർ വീതമാണ്. എങ്കിൽ പരപ്പളവ് എത്രയാണ്?
- ഒരു ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് 96 ചതുരശ്ര സെന്റിമീറ്ററാണ്. നീളം 12 സെന്റിമീറ്റർ ആയാൽ വീതി എത്ര?
- ഒരു സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് 81 ചതുരശ്രസെന്റിമീറ്റർ ആണ്. സമചതുരത്തിന്റെ ഒരു വശത്തിന്റെ നീളം എത്ര?
- ചുവടെയുള്ള രൂപങ്ങളുടെ പരപ്പളവ് കണ്ടുപിടിക്കുക.

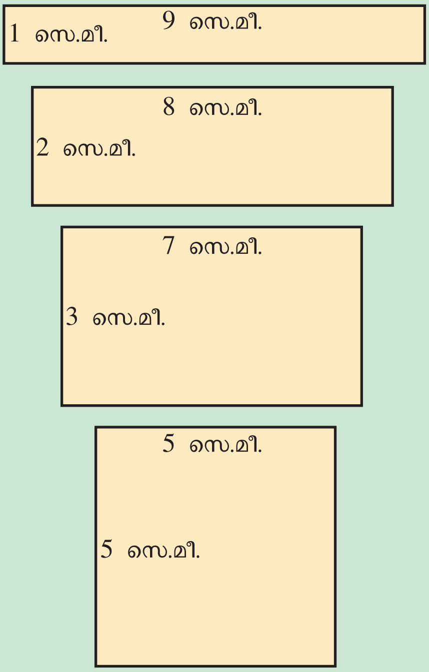






ചുറ്റളവും പരപ്പളവും

ചുവടെ തന്നിട്ടുള്ള ചതുരങ്ങളുടെ ചുറ്റളവും പരപ്പളവും എത്രയാണെന്ന് കണ്ടെത്തൂ.



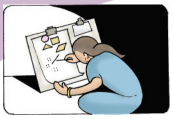
ഇവിടെ ചതുരങ്ങളുടെ ചുറ്റളവ് മാറിയിട്ടുണ്ടോ? പരപ്പളവോ?

ഏതു ചതുരത്തിനാണ് കൂടുതൽ പരപ്പളവ്?

ഒരു ചതുരത്തിന്റെ വലുപ്പം അതിന്റെ പരപ്പളവിനെ അടിസ്ഥാനമാക്കിയാണ് പറയുന്നത്.

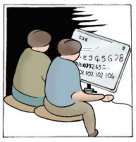
വിവിധ പ്രായോഗിക സന്ദർഭങ്ങളിൽ ചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവിനും പരപ്പളവിനും വ്യത്യസ്ത പ്രാധാന്യമാണ് ഉള്ളത്.

ഉദാഹരണമായി, ചതുരാകൃതിയിലുള്ള കൃഷിസ്ഥലങ്ങൾക്കു ചുറ്റും വേലി കെട്ടാനാണെങ്കിൽ ചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവാണ് പരിഗണിക്കുന്നത്. മറിച്ച്, അവിടെ കൃഷിചെയ്യാൻ പറ്റുന്ന സ്ഥലത്തെ കുറിച്ചാണ് ചിന്തിക്കുന്നതെങ്കിൽ സ്ഥലത്തിന്റെ പരപ്പളവാണ് പരിഗണിക്കുന്നത്.



പ്രോജക്ട്

ഒരു ചതുരത്തിന്റെ വീതിയിൽ വ്യത്യാസം വരാതെ നീളം രണ്ടു മടങ്ങാകുമ്പോൾ പരപ്പളവിന് എന്തു മാറ്റം ഉണ്ടാകും? ഇതുപോലെ നീളം മാറാതെ വീതി രണ്ടു മടങ്ങായാലോ? നീളവും വീതിയും രണ്ടു മടങ്ങായി മാറിയാലോ? ചതുരത്തിന്റെ നീളവും വീതിയും ഒരു നിശ്ചിത മടങ്ങായാൽ പരപ്പളവിലുണ്ടാകുന്ന മാറ്റം എങ്ങനെയായിരിക്കും?



വലിയ പരപ്പ്

1 കിലോമീറ്റർ വശമുള്ള സമചതുരം സങ്കൽപ്പിക്കാമോ? ഇതിന്റെ പരപ്പളവിനെയാണ് 1 ചതുരശ്ര കിലോമീറ്റർ എന്നു വിളിക്കുന്നത്. വലിയ ഭൂപ്രദേശങ്ങളുടെയൊക്കെ പരപ്പളവ് ച.കി.മീ. ലാണ് പറയുക. ഇന്ത്യയുടെ പരപ്പളവ് 32, 87, 263 ച.കി.മീ. ആണ്. കേരളത്തിന്റേത് 38, 863 ച.കി.മീ. കേരളത്തിലെ ഏറ്റവും വലിയ ജില്ലയായ പാലക്കാടിന്റെ പരപ്പളവ് 4480 ച.കി.മീറ്ററും ചെറിയ ജില്ലയായ ആലപ്പുഴയുടേത് 1414 ച.കി.മീറ്ററുമാണ്. നിങ്ങളുടെ പഞ്ചായത്തിന്റെ പരപ്പളവ് എത്രയാണെന്ന് അന്വേഷിച്ച് കണ്ടെത്തൂ.

- ഒരു ചതുരത്തിന്റെ നീളം 6 സെന്റിമീറ്ററും വീതി 5 സെന്റിമീറ്ററും ആയാൽ ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് എത്ര? വീതി മാറ്റാതെ നീളം 12 സെന്റിമീറ്റർ ആയി വർധിപ്പിച്ചാൽ ലഭിക്കുന്ന ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവും ആദ്യ ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവും തമ്മിലുള്ള ബന്ധം എന്ത്?
- നീളം 10 സെന്റിമീറ്ററും വീതി 8 സെന്റിമീറ്ററും ഉള്ള ചതുരത്തിൽ നീളവും വീതിയും രണ്ടു മടങ്ങാക്കിയാൽ ലഭിക്കുന്ന ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് എത്ര? ഇത് ആദ്യ ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവിന്റെ എത്ര മടങ്ങാണ്?
- ഒരു ചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് 48 സെന്റിമീറ്ററും വീതി 9 സെന്റിമീറ്ററും ആണ്. ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് എത്ര?
- ഒരു ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് 40 ചതുരശ്രസെന്റിമീറ്ററാണ്. ചതുരത്തിന്റെ നീളവും വീതിയും ആകാവുന്ന എണ്ണൽസംഖ്യാ വിലകൾ ഏതൊക്കെ?

വലിയ ചതുരങ്ങൾ

ഒരു സമചതുരത്തിന്റെ വശങ്ങൾ ഓരോന്നിനും 1 മീറ്റർ നീളമുണ്ടെങ്കിൽ അതിന്റെ പരപ്പളവിനെ 1 ചതുരശ്രമീറ്റർ എന്നാണു പറയുന്നത്.

ഒരു ചതുരശ്രമീറ്റർ എത്ര ചതുരശ്രസെന്റിമീറ്ററാണ്?

ഒരു മീറ്റർ എത്ര സെന്റിമീറ്ററാണെന്ന് അറിയാമല്ലോ.

അങ്ങനെയാണെങ്കിൽ ഈ സമചതുരത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ നീളം 100 സെന്റിമീറ്റർ വീതമാണ്.

അതിന്റെ പരപ്പളവ് എത്ര ചതുരശ്രസെന്റിമീറ്ററാണ്?

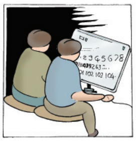
വലിയ അളവുകൾ

പുരയിടങ്ങളും മറ്റും അളക്കാൻ ചതുരശ്രമീറ്ററിനേക്കാൾ വലിയ അളവുകൾ ഉപയോഗിക്കാറുണ്ട്. 10 മീറ്റർ വീതം വശമുള്ള സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവിന് ഒരു ആർ (Are) എന്നാണ് പറയുന്നത്.

100 ആർ ചേർന്നതിനെ 1 ഹെക്ടർ (Hectare) എന്നാണു പറയുന്നത്. അപ്പോൾ ഒരു ഹെക്ടർ എത്ര ചതുരശ്രമീറ്ററാണ്?

1 ചതുരശ്രമീറ്റർ = 100×100 = 10000 ചതുരശ്ര സെന്റിമീറ്റർ

അതായത്, വശങ്ങളുടെ നീളം 1 സെന്റിമീറ്ററായ 10000 ചെറു സമചതുരങ്ങൾ ചേർന്ന പരപ്പിന്റെ അളവാണ് 1 ചതുരശ്രമീറ്റർ.



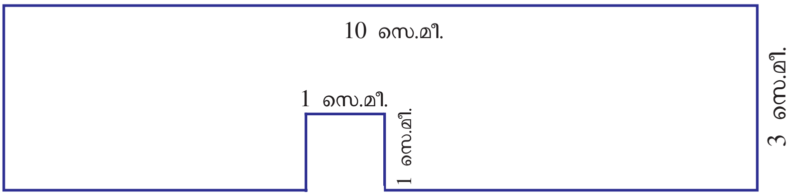
- 5 മീറ്റർ നീളവും 1 മീറ്റർ വീതിയുമുള്ള ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് എത്ര ചതുരശ്രമീറ്ററാണ്? ഇത് എത്ര ചതുരശ്രസെന്റിമീറ്ററാണ്?
- ചതുരാകൃതിയിലുള്ള ഒരു പുരയിടത്തിന് 40 മീറ്റർ നീളവും 25 മീറ്റർ വീതിയും ഉണ്ട്. ഇതിന്റെ പരപ്പളവ് എത്ര ചതുരശ്രമീറ്ററാണ്?
- 6 മീറ്റർ നീളവും 50 സെന്റിമീറ്റർ വീതിയുമുള്ള ഒരു ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് എത്ര ചതുരശ്രസെന്റിമീറ്ററാണ്? ഇത് എത്ര ചതുരശ്രമീറ്ററാണ്?

ജനസാന്ദ്രത

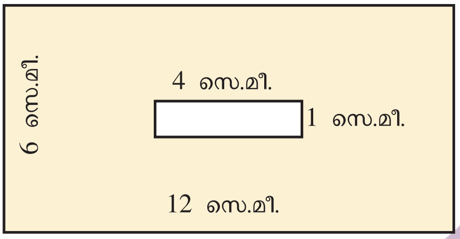
ഭൂമിയിൽ പല പ്രദേശങ്ങളിലായാണ് മനുഷ്യർ ജീവിക്കുന്നത്. ചില സ്ഥലങ്ങളിൽ മനുഷ്യർ തിങ്ങി താമസിക്കുന്നു. ജനങ്ങൾ താമസിക്കാത്ത വിജനമായ പ്രദേശങ്ങളും ഉണ്ട്.

ഒരു ചതുരശ്രകിലോമീറ്റർ പരപ്പിലെ ജനസംഖ്യയെയാണ് ജനസാന്ദ്രത എന്നു പറയുന്നത്. കേരളത്തിലെ ജനസാന്ദ്രത ചതുരശ്രകിലോമീറ്ററിന് 859 ആണ്. ഇന്ത്യയുടെ ജനസാന്ദ്രത ചതുരശ്രകിലോമീറ്ററിന് 382. ഇന്ത്യയിൽ ജനസാന്ദ്രത കൂടുതലുള്ള സംസ്ഥാനം ബീഹാറാണ്- ചതുരശ്ര കി.മീറ്ററിന് 1102. ഏറ്റവും കുറവ് അരുണാചൽ പ്രദേശിൽ- ച.കി.മീറ്ററിന് 17.

- ചിത്രത്തിൽ കാണുന്ന ആകൃതിയിലുള്ള കാർഡ്ബോർഡിൽനിന്ന് വശത്തിന്റെ നീളം 1 സെന്റിമീറ്റർ ആയ എത്ര സമചതുരങ്ങൾ മുറിച്ചെടുക്കാം?



- ചതുരാകൃതിയിലുള്ള ഒരു കാർഡ്ബോർഡിൽനിന്ന് 1 സെന്റിമീറ്റർ വശമുള്ള 36 സമചതുരങ്ങൾ മുറിച്ചെടുക്കാം. എങ്കിൽ ചതുരത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ അളവുകൾ ആകാവുന്ന എണ്ണൽസംഖ്യകൾ ഏതൊക്കെ?
- 10 സെന്റിമീറ്റർ വശമുള്ള ഒരു സമചതുരത്തിന്റെ എല്ലാ വശങ്ങളും 5 സെന്റിമീറ്റർ വീതം വർധിപ്പിച്ചാൽ ലഭിക്കുന്ന സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് എത്രയായിരിക്കും?
- 14 സെന്റിമീറ്റർ വശമുള്ള സമചതുരാകൃതിയിലുള്ള ഒരു കാർഡ്ബോർഡിന്റെ നാലു മൂലകളിൽ നിന്നും ഒരു സെന്റിമീറ്റർ വശമുള്ള ഓരോ സമചതുരം മുറിച്ചു മാറ്റുന്നു. ബാക്കി ഭാഗത്തിന്റെ പരപ്പളവ് എത്രയാണ്? ചുറ്റളവ് എത്രയാണ്?
- ചിത്രത്തിൽ നിറം നൽകിയിട്ടുള്ള ഭാഗത്തിന്റെ പരപ്പളവ് എത്ര?



തിരിഞ്ഞുനോക്കുമ്പോൾ

പഠനനേട്ടങ്ങൾ	എനിക്ക് കഴിയും	ടീച്ചറുടെ സഹായത്തോടെ കഴിയും	ഇനിയും മെച്ചപ്പെടേണ്ടതുണ്ട്
• ചതുരത്തിനുള്ളിൽ യൂണിറ്റ് സമചതുരങ്ങൾ വരച്ച് പരപ്പളവ് കണ്ടെത്തുന്നു.			
• ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കാണുന്നതിനുള്ള മാർഗം വിശദീകരിക്കുന്നു.			
• സൂത്രവാക്യത്തിന്റെ സഹായത്തോടെ ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കണക്കാക്കാൻ കഴിയുന്നു.			
• പരപ്പളവുമായി ബന്ധപ്പെട്ട ആശയങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് പ്രായോഗികപ്രശ്നങ്ങൾ പരിഹരിക്കുന്നു.			
• പ്രശ്നപരിഹരണ വേളയിൽ വിവിധ യൂണിറ്റുകൾ തമ്മിൽ പരസ്പരം മാറ്റാൻ കഴിയുന്നു.			

7

സംഖ്യകൾക്കുള്ളിൽ

നിറം നൽകാം

ഗണിത ക്ലബ്ബിന്റെ നേതൃത്വത്തിൽ നിർമിക്കുന്ന ഗണിതമാസികയുടെ പുറംചട്ട തയാറാക്കുകയാണ് അരുണും കൂട്ടുകാരും.

വരികളും നിരകളുമായി കളങ്ങൾ വരച്ച് നിറം നൽകാമെന്നു നീതു പറഞ്ഞു.

ഒന്നാമത്തെ വരിയിൽ എല്ലാ കളങ്ങളിലും നിറം നൽകാം.

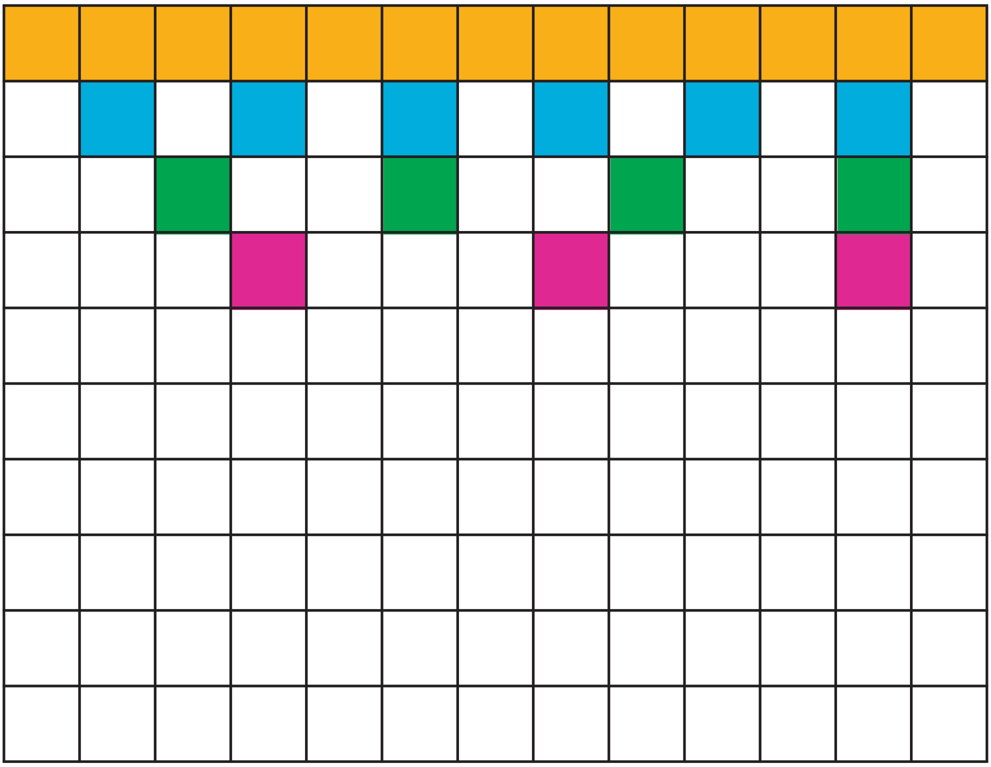
രണ്ടാമത്തെ വരിയിൽ ഓരോ രണ്ടാമത്തെ കളത്തിനും നിറം കൊടുത്താൽ മതി- രമ്യ ഇടപെട്ടു.

എങ്കിൽ മൂന്നാമത്തെ വരിയിൽ ഓരോ മൂന്നാമത്തെ കളത്തിനും നിറം നൽകാമെന്നായി സൽമ.

നാലാമത്തെ വരിയിലോ? അഞ്ചാമത്തെയോ?

ആദ്യത്തെ നാലുവരികളിൽ നിറം നൽകിയതു കണ്ടില്ലേ?

നിറം നൽകാനുള്ള ബാക്കി കളങ്ങൾ കണ്ടെത്തി നിറം നൽകൂ.



കളങ്ങളിൽ നിറം നൽകിയല്ലോ. ചുവടെ നൽകിയ പട്ടിക പൂർത്തിയാക്കൂ.

രണ്ടാം വരിയിൽ നിറം കൊടുത്തിട്ടുള്ളത് ഏതെല്ലാം കളങ്ങളിലാണ്?	2, 4, ...
മൂന്നാം വരിയിൽ നിറം നൽകിയിട്ടുള്ളത് ഏതെല്ലാം കളങ്ങളിലാണ്?	3, 6, ...
മൂന്നാമത്തെ നിരയിൽ നിറം കൊടുത്തിട്ടുള്ളത് ഏതെല്ലാം കളങ്ങളിലാണ്?	
ആറാം നിരയിൽ നിറം നൽകിയ കളങ്ങൾ ഏതെല്ലാം?	
എട്ടാമത്തെ നിരയിൽ നിറം കൊടുത്തിട്ടുള്ള കളങ്ങൾ ഏതെല്ലാം?	
രണ്ടു കളങ്ങളിൽ മാത്രം നിറം നൽകിയിട്ടുള്ളത് ഏതെല്ലാം നിരകളിലാണ്?	

ഇവിടെ വരികളുടെയും നിരകളുടെയും എണ്ണം ഇനിയും കൂട്ടി നിറം നൽകിയാൽ രണ്ടാമത്തെ വരിയിൽ നിറം കൊടുത്ത കളങ്ങൾ ഏതൊക്കെയായിരിക്കും?

2, 4, 6, 8, ...

2, 4, 6, 8 ... ഈ സംഖ്യാക്രമത്തിന് എന്ത് പ്രത്യേകതയാണുള്ളത്?

ഇവയെല്ലാം 2 നോട് 2 വീതം തുടർച്ചയായി കൂട്ടിക്കിട്ടുന്ന സംഖ്യകളാണ്.

മറ്റൊരു വിധത്തിൽ പറഞ്ഞാൽ 1, 2, 3, ... തുടങ്ങിയ സംഖ്യകളെ 2 കൊണ്ട് ഗുണിച്ചാൽ കിട്ടുന്ന സംഖ്യകളാണ്.

അതായത് 2, 4, 6, 8, ... തുടങ്ങിയ സംഖ്യകളെല്ലാം 2 ന്റെ ഗുണിതങ്ങളാണ്.

മൂന്നാമത്തെ വരി നോക്കൂ. നിറം കൊടുത്തിരിക്കുന്നത് 3, 6, 9, 12, ... എന്നീ കളങ്ങളിലാണല്ലോ. ഇവയെല്ലാം 1, 2, 3, ... തുടങ്ങിയ സംഖ്യകളെ 3 കൊണ്ട് ഗുണിച്ചാൽ കിട്ടുന്നവയാണ്. അതായത് ഇവയെല്ലാം 3 ന്റെ ഗുണിതങ്ങളാണ്.

1 മുതൽ 10 വരെയുള്ള സംഖ്യകളുടെ ഗുണിതങ്ങളുടെ പട്ടിക എഴുതിനോക്കൂ...

സംഖ്യ	ഗുണിതങ്ങൾ									
1	1	2	3	4	5	6	-	-	-	-
2	2	4	-	-	-					
3					15					
4										
5										
6										
7			21							
8										
9								72		
10				40						

ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ചോദ്യങ്ങൾക്ക് പട്ടികയിൽനിന്ന് ഉത്തരം കണ്ടെത്തൂ.

1 ന്റെ ഗുണിതമായി വരുന്ന സംഖ്യകൾ ഏതെല്ലാമാണ്?

10 ഏതെല്ലാം സംഖ്യകളുടെ ഗുണിതമാണ്?

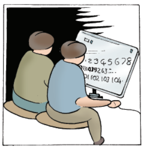
2 ന്റെയും 3 ന്റെയും ഗുണിതമായി വരുന്ന സംഖ്യകൾ ഏതെല്ലാമാണ്?

56 ഏഴിന്റെ ഗുണിതമാണോ?

5 നും 10 നും പൊതുവായി വരുന്ന ഗുണിതങ്ങൾ ഏതൊക്കെയാണ്?

8 ന്റെ ഏറ്റവും ചെറിയ ഗുണിതം ഏതാണ്?

ഏതു സംഖ്യയുടെയും ഏറ്റവും ചെറിയ ഗുണിതം അതേ സംഖ്യതന്നെയാണോ?



- 12, 20, 36, 45 എന്നീ സംഖ്യകളുടെ നാലു വീതം ഗുണിതങ്ങൾ എഴുതൂ.
- സ്കൂൾ കായികമേളയുടെ ഭാഗമായി ട്രാക്കിൽ ഹർഡിലുകൾ സ്ഥാപിക്കുകയാണ് ആൻസിയും അന്നയും. മത്സരത്തിന്റെ സ്റ്റാർട്ടിംഗ് പോയിന്റ് മുതൽ 11 മീറ്റർ ഇടവിട്ടാണ് ഹർഡിലുകൾ സ്ഥാപിക്കുന്നത്. മത്സരം ആരംഭിക്കുന്ന സ്ഥലത്തുനിന്ന് ഓരോ ഹർഡിലിലേക്കുമുള്ള ദൂരം ക്രമമായി എഴുതൂ.

- ഒരു കെട്ടിടത്തിന്റെ ഗോവണിപ്പടി കയറുകയാണ് റസിയ. ഓരോ പടിയുടെയും ഉയരം 25 സെന്റിമീറ്ററാണ്. എങ്കിൽ തറനിരപ്പിൽനിന്ന് ഓരോ പടിയിലേക്കുമുള്ള ഉയരം എത്ര സെന്റിമീറ്റർ വീതമാണ്?

അളന്നെടുക്കാം

നജീമും മനോജും പാൽ അളന്നെടുക്കുകയാണ്. നജീമിന്റെ കൈയിൽ 2 ലിറ്റർ കൊള്ളുന്ന അളവുപാത്രവും മനോജിന്റെ കൈയിൽ 5 ലിറ്റർ കൊള്ളുന്ന അളവു പാത്രവുമാണ് ഉള്ളത്. എങ്കിൽ നജീമിന് ഏതെല്ലാം അളവിൽ പാൽ അളന്നു നൽകാൻ കഴിയും?

നജീമിന് അളന്നെടുക്കാൻ കഴിയുന്ന അളവുകൾ 2 ലിറ്റർ, 4 ലിറ്റർ, 6 ലിറ്റർ, 8 ലിറ്റർ, 10 ലിറ്റർ, ... തുടങ്ങിയവയാണല്ലോ.

ഇതുപോലെ മനോജിന് അളന്നെടുക്കാൻ കഴിയുന്ന അളവുകൾ 5 ലിറ്റർ, 10 ലിറ്റർ, 15 ലിറ്റർ, 20 ലിറ്റർ, ... തുടങ്ങിയവയുമാണ്.

നജീമിനും മനോജിനും 2 ലിറ്റർ പാൽ അളന്നെടുക്കാൻ കഴിയുമോ? 5 ലിറ്ററോ? രണ്ടുപേർക്കും അളന്നെടുക്കാൻ കഴിയുന്ന അളവ് ഏതാണ്?

നജീമിന് അളന്നെടുക്കാൻ കഴിയുന്ന അളവുകൾ

2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, ... എന്നിവയാണല്ലോ.

അതുപോലെ മനോജിന് 5, 10, 15, 20, 25 ... എന്നീ അളവുകളും അളന്നെടുക്കാൻ കഴിയും. ഇതിൽ നിന്ന് 10 ലിറ്റർ പാൽ രണ്ടു പേർക്കും അളന്നെടുക്കാൻ കഴിയുമെന്നു കാണാം. രണ്ടു പേർക്കും അളക്കാൻ കഴിയുന്ന മറ്റ് അളവുകൾ ഏതെല്ലാമാണ്?

20 ലിറ്റർ, 30 ലിറ്റർ, 40 ലിറ്റർ, ...

4 കൊണ്ടുള്ള ഹരണം

535 നെ 4 കൊണ്ട് നിശ്ശേഷം ഹരിക്കാമോ?

ഹരിക്കാൻ കഴിയില്ല. കാരണം 535 ഒറ്റസംഖ്യയാണ്.

എന്നാൽ 536 നെയോ?

ഹരിച്ചുനോക്കാതെ പറയാൻ എന്താണ് വഴി?

536 = 500 + 36.

100, 4 ന്റെ ഗുണിതമായതുകൊണ്ട് 500 ഉം 4 ന്റെ ഗുണിതമാണ്. 36 ഉം 4 ന്റെ ഗുണിതമാണ്.

അപ്പോൾ 536 ഉം 4 ന്റെ ഗുണിതമാകും.

100, 1000, 10000, ... തുടങ്ങിയവ 4 ന്റെ ഗുണിതങ്ങളായതുകൊണ്ട്, ഒരു സംഖ്യ 4 ന്റെ ഗുണിതമാണോ എന്നു നോക്കാൻ അവസാനത്തെ രണ്ടക്കങ്ങൾ ചേർന്ന സംഖ്യ 4 ന്റെ ഗുണിതമാണോ എന്നു നോക്കിയാൽ മതി.

പൊതുഗുണിതം

നജീമിന്റെയും മനോജിന്റെയും കൈയിലുള്ള പാലളക്കുന്ന പാത്രങ്ങൾ 3 ലിറ്ററിന്റെയും 4 ലിറ്ററിന്റെയും ആയാലോ?

3 ലിറ്ററിന്റെ പാത്രം ഉപയോഗിച്ച് അളക്കാൻ കഴിയുന്ന അളവുകൾ 3 ലി., 6 ലി., 9 ലി., 12 ലി... തുടങ്ങിയവയാണല്ലോ. 3, 6, 9 ... ഇവയെല്ലാം 3 ന്റെ ഗുണിതങ്ങളാണല്ലോ. ഇതുപോലെ 4 ലിറ്റർ പാത്രം ഉപയോഗിച്ച് അളക്കാൻ കഴിയുന്ന അളവുകളെല്ലാം 4 ന്റെ ഗുണിതങ്ങളുമാണ്. ഈ രണ്ടുപാത്രങ്ങളും ഉപയോഗിച്ച് പൊതുവായി അളക്കാൻ കഴിയുന്ന അളവുകൾ മൂന്നിന്റെയും നാലിന്റെയും ഗുണിതങ്ങളിൽ പൊതുവായി വരുന്നവ ആവണമല്ലോ.

12, 24, 36, ... എന്നീ സംഖ്യകളെ 3 ന്റെയും 4 ന്റെയും പൊതുഗുണിതങ്ങൾ (Common multiples) എന്നാണു പറയുന്നത്.

ഇവയിലെ ഏറ്റവും ചെറിയ സംഖ്യ 12 ആണ്.

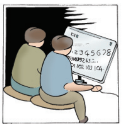
അതുകൊണ്ട് 12 നെ 3 ന്റെയും 4 ന്റെയും ചെറുപൊതുഗുണിതം (Least Common Multiple) എന്നാണ് പറയുന്നത്.

ഇതുപോലെ 6 ന്റെയും 8 ന്റെയും ചെറുപൊതുഗുണിതം എങ്ങനെ കണ്ടെത്തും?

6 ന്റെ ഗുണിതങ്ങൾ 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, ...

8 ന്റെ ഗുണിതങ്ങൾ 8, 16, 24, 32, 40, 48, ...

ഇതിൽ നിന്ന് 6 ന്റെയും 8 ന്റെയും പൊതുഗുണിതങ്ങളാണ് 24, 48, 72, ... എന്നു കാണാം. ഇവയിലെ ഏറ്റവും ചെറിയ സംഖ്യ 24 ആയതുകൊണ്ട് 6 ന്റെയും 8 ന്റെയും ചെറുപൊതുഗുണിതം 24 ആണ്.

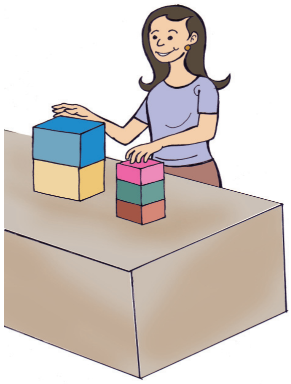


- ചുവടെ കൊടുത്ത സംഖ്യാ ജോടികളുടെ പൊതുഗുണിതങ്ങൾ കണ്ടെത്തൂ. ഇവയിൽനിന്ന് അവയുടെ ചെറുപൊതുഗുണിതം എഴുതുക.
  - 2, 5
  - 4, 6
  - 3, 7
  - 5, 10
  - 8, 6
  - 9, 12
  - 12, 14
  - 9, 18
- വാർഷികാഘോഷത്തിന്റെ ഭാഗമായി സ്കൂൾ കവാടത്തിൽ പച്ചയും നീലയും ബൾബുകൾ ഘടിപ്പിച്ചിട്ടുണ്ട്. പച്ച ബൾബുകൾ 4 സെക്കന്റ് ഇടവിട്ടും നീല ബൾബുകൾ 6 സെക്കന്റ് ഇടവിട്ടുമാണ് പ്രകാശിക്കുന്നത്.

  രണ്ടു ബൾബുകളും ഒരുമിച്ച് പ്രകാശിച്ച് തുടങ്ങിയത് രാവിലെ എട്ടു മണിക്കാണ്. അവ എപ്പോൾ വീണ്ടും ഒരുമിച്ച് പ്രകാശിക്കും?

- ടൈൽ പതിച്ച തറയിൽ കളിക്കുകയാണ് മീനുവും ആശയും. തറയുടെ ഒരറ്റത്തു നിന്ന് ഓരോ രണ്ടാമത്തെ ടൈലിലും മീനു ഓരോ മഞ്ചാടിക്കുരു വച്ചു. ആശ ഓരോ മൂന്നാമത്തെ ടൈലിലും ഓരോ വളയും. എങ്കിൽ മഞ്ചാടിയും വളയും ഒരുമിച്ചുവച്ചിട്ടുള്ള ആദ്യത്തെ ടൈൽ ഏതായിരിക്കും? തുടർന്നുള്ള ടൈലുകളോ?

- 4 സെന്റിമീറ്റർ വശങ്ങളുള്ള സമചതുരക്കട്ടകളും 9 സെന്റിമീറ്റർ വശങ്ങളുള്ള സമചതുരക്കട്ടകളും രണ്ട് വേറെ വേറെ അട്ടികളിലായി ക്രമീകരിക്കുകയാണ് അഞ്ജു. രണ്ട് അട്ടികളുടെയും പൊക്കം ഒരുപോലെയാകുമ്പോൾ തറനിരപ്പിൽനിന്നുള്ള ഏറ്റവും കുറഞ്ഞ ഉയരം എത്രയായിരിക്കും?



ഗുണിതങ്ങളുടെ ഗുണിതം

1 മുതൽ തുടർച്ചയായ എണ്ണൽസംഖ്യകൾ എഴുതി 2 ന്റെ ഗുണിതങ്ങൾക്കു ചുറ്റും വട്ടം വരയ്ക്കൂ.

1, (2) 3, (4) 5, (6) 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, ...

ഇതിൽ 4 ന്റെ ഗുണിതങ്ങൾ ചതുരത്തിനകത്താക്കൂ.

1, (2) 3, [(4)] 5, (6) 7, [(8)] 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, ...

ഇവിടെ ചതുരത്തിനകത്തുള്ള സംഖ്യകളെല്ലാം വട്ടത്തിനകത്തുമാണ്.

അതായത് 4 ന്റെ ഗുണിതങ്ങളെല്ലാം 2 ന്റെയും ഗുണിതങ്ങളാണ്. തിരിച്ച് 2 ന്റെ ഗുണിതങ്ങളെല്ലാം 4 ന്റെ ഗുണിതങ്ങളാണോ?

ഇനി 3 ന്റെ ഗുണിതങ്ങളെല്ലാം 2 ന്റെ ഗുണിതമാണോ എന്നു നോക്കാം.

മുമ്പ് ചെയ്തതുപോലെ 2 ന്റെ ഗുണിതങ്ങളെ വട്ടത്തിലും 3 ന്റെ ഗുണിതങ്ങളെ ചതുരത്തിലുമാക്കി വരയ്ക്കൂ.

1 (2) [3] (4) 5 [(6)] 7 (8) [9] (10) 11 [(12)] 13, ...

ഇതിൽ നിന്നും 3 ന്റെ എല്ലാ ഗുണിതങ്ങളും 2 ന്റെ ഗുണിതങ്ങൾ അല്ല എന്നു കാണാം. തിരിച്ച് 2 ന്റെ എല്ലാ ഗുണിതങ്ങളും 3 ന്റെ ഗുണിതങ്ങളല്ല എന്നും കാണാം.

ഇനി ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്നവ പരിശോധിച്ച് നോക്കൂ.

- 3 ന്റെ എല്ലാ ഗുണിതങ്ങളും 6 ന്റെ ഗുണിതങ്ങളാണോ?
- 6 ന്റെ എല്ലാ ഗുണിതങ്ങളും 3 ന്റെ ഗുണിതങ്ങളാണോ?
- 4 ന്റെ എല്ലാ ഗുണിതങ്ങളും 8 ന്റെ ഗുണിതങ്ങളാണോ?

- 8 ന്റെ എല്ലാഗുണിതങ്ങളും 4 ന്റെ ഗുണിതങ്ങളാണോ?
- 4 ന്റെ എല്ലാഗുണിതങ്ങളും 6 ന്റെ ഗുണിതങ്ങളാണോ?
- 6 ന്റെ എല്ലാഗുണിതങ്ങളും 4 ന്റെ ഗുണിതങ്ങളാണോ?

ഘടകങ്ങൾ

2 ന്റെ ഗുണിതമാണ് 6. ഇതിനെ മറ്റൊരു രീതിയിൽ

6 ന്റെ ഘടകമാണ് 2 എന്നും പറയാം.

അതുപോലെ

3 ന്റെ ഗുണിതമാണ് 6.

6 ന്റെ ഘടകമാണ് 3.

അതായത് 2 ഉം 3 ഉം 6 ന്റെ ഘടകങ്ങളാണ്.

3 ന്റെ ഗുണിതമാണോ 45 എന്ന് നോക്കണം.

എട്ടിന്റെ ഗുണിതം

100 നെ 4 കൊണ്ട് നിശ്ശേഷം ഹരിക്കാവുന്നതുകൊണ്ട് ഒരു സംഖ്യ 4 ന്റെ ഗുണിതമാണോ എന്നു നോക്കാൻ ആ സംഖ്യയുടെ അവസാനത്തെ രണ്ടക്കങ്ങൾ ചേർന്നുണ്ടാകുന്ന സംഖ്യ 4 ന്റെ ഗുണിതമാണോ എന്നു നോക്കിയാൽ മതി.

എന്നാൽ ഒരു സംഖ്യ 8 ന്റെ ഗുണിതമാണോ എന്നു നോക്കാൻ എന്താണ് ചെയ്യേണ്ടത്? ഉദാഹരണമായി, 6424 എന്ന സംഖ്യ 8 ന്റെ ഗുണിതമാണോ?

100 എന്ന സംഖ്യ 8 ന്റെ ഗുണിതമല്ല. എന്നാൽ 1000, 10000, 100000, ... തുടങ്ങിയ സംഖ്യകൾ 8 ന്റെ ഗുണിതമാണ്.

അതിനാൽ 6000 ഉം 8 ന്റെ ഗുണിതമാണ്.

$6424 = 6000 + 424$

ഇനി 424, 8 ന്റെ ഗുണിതമാണോ എന്ന് പരിശോധിച്ചാൽ മതി.

$424 = 53 \times 8$ ആയതിനാൽ 6424 എന്ന സംഖ്യ 8 ന്റെ ഗുണിതമാണ്.

8 ന്റെ ഗുണിതമാണോ എന്ന് പരിശോധിക്കാനുള്ള സൂത്രം കിട്ടിയില്ലേ?

3 നെ എത്ര കൊണ്ട് ഗുണിച്ചാൽ 45 കിട്ടും?

45 നെ 3 കൊണ്ട് ഹരിച്ച് നോക്കിയാൽ മതിയല്ലോ.

$45 \div 3 = 15$

അതായത് $15 \times 3 = 45$

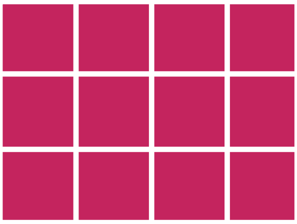
അപ്പോൾ 3 ന്റെ ഗുണിതമാണ് 45.

ഇതിൽനിന്ന് 45 ന്റെ ഒരു ഘടകമാണ് 3 എന്നു കാണാം.

- ചുവടെ നൽകിയ സംഖ്യാ ജോടികളിൽ രണ്ടാമത്തെ സംഖ്യ ആദ്യ സംഖ്യയുടെ ഘടകമായി വരുന്നവ കണ്ടെത്തൂ.

■ 12, 6	■ 50, 5	■ 45, 7
■ 35, 9	■ 62, 8	■ 42, 6

ചതുരം നിർമിക്കാം



2 ന്റെയും 6 ന്റെയും ഗുണിതമാണ് 12.

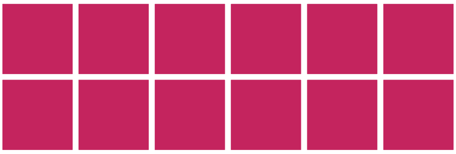
12 ന്റെ ഘടകങ്ങളാണ് 6 ഉം 2 ഉം.

12 ന് വേറെയും ഘടകങ്ങളുണ്ടോ? എങ്ങനെ കണ്ടെത്തും?

ചിത്രത്തിൽ കാണുന്നതുപോലെ ഒരേ വലുപ്പമുള്ള 12 സമചതുരങ്ങൾ വെട്ടിയെടുക്കൂ. ഇവ ചേർത്തുവച്ച് ഏതെല്ലാം തരത്തിൽ ചതുരങ്ങൾ നിർമിക്കാം?
12 സമചതുരങ്ങളും ഒരു വരിയിൽ ചേർത്തുവച്ചാൽ ലഭിക്കുന്ന ചിത്രം നോക്കൂ.

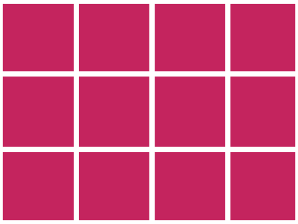
1×12

രണ്ടു വരികളിലായി ക്രമീകരിച്ചാലോ?



2×6

മൂന്നു വരികളിലായും ഇത് ക്രമീകരിക്കാം.



3×4

ഇനി മറ്റേതെങ്കിലും വിധത്തിൽ ചതുരങ്ങളുണ്ടാക്കാമോ?

ഇപ്പോൾ വരച്ച ചതുരങ്ങളിൽ നിന്ന്

12 ന്റെ ഘടകങ്ങളാണ് 1, 2, 3, 4, 6, 12 എന്ന് കണ്ടെത്താം.

ഇതുപോലെ 24 ന്റെ എല്ലാ ഘടകങ്ങളും കണ്ടെത്തി എഴുതൂ.

$24 = 1 \times 24$

$24 = 2 \times 12$

___ = ___ × ___

___ = ___ × ___

....

24 ന്റെ ഘടകങ്ങൾ 1, ___, ___, ___, ___, ___, ___

ഒൻപതിന്റെ ഗുണിതവും അക്കത്തുകയും

ഒരു സംഖ്യ 9 ന്റെ ഗുണിതമാണോ എന്നറിയാൻ എന്താണ് ചെയ്യുക? ആ സംഖ്യയുടെ അക്കങ്ങളുടെ തുക 9 ന്റെ ഗുണിതമാണോ എന്നു നോക്കിയാൽ മതി. അല്ലെങ്കിൽ ആ സംഖ്യയുടെ അക്കത്തുക 9 ആണോ എന്നു നോക്കിയാൽ മതി. എന്താണ് ഇങ്ങനെ വരാൻ കാരണം?

ഉദാഹരണമായി ഒരു സംഖ്യയെടുക്കാം- 342

$342 = 3 \times 100 + 4 \times 10 + 2$ ആണ്. $(3 \times 99 + 3) + (4 \times 9 + 4) + 2$ എന്നും എഴുതാം.

3×99 ഉം 4×9 ഉം 9 ന്റെ ഗുണിതങ്ങളാണ്. ബാക്കി വരുന്നത് $3 + 4 + 2$ ആണ്. ഇത് 9 ന്റെ ഗുണിതമാണെങ്കിൽ 342 ഒമ്പതിന്റെ ഗുണിതമാകും. അതായത്

$3 + 4 + 2 = 9$ ആയതിനാൽ 342 ഒമ്പതിന്റെ ഗുണിതമാണ്.

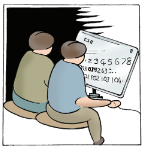
ഒരു നാലക്കസംഖ്യയാണെങ്കിലോ?

ഉദാഹരണമായി,

$8631 = 8 \times 1000 + 6 \times 100 + 3 \times 10 + 1$

$= (8 \times 999 + 8) + (6 \times 99 + 6) + (3 \times 9 + 3) + 1$

$8 + 6 + 3 + 1 = 18$, ഒമ്പതിന്റെ ഗുണിതമാണ്. അതിനാൽ 8631 ഒമ്പതിന്റെ ഗുണിതമാണ്. വേറെയും സംഖ്യകൾ എടുത്ത് ചെയ്തുനോക്കൂ. ഒരു സംഖ്യ 3ന്റെ ഗുണിതമാകുന്നതിനുള്ള യുക്തിയും ഈ രീതിയിൽ വിശദീകരിക്കാമല്ലോ.



- ചുവടെ കൊടുത്ത സംഖ്യകളുടെ ഘടകങ്ങൾ കണ്ടെത്തൂ.

10 18 25 16 36 13

- റഹീമിന്റെ കൈയിൽ 28 പേനകളുണ്ട്. തുല്യ എണ്ണം വരത്തക്ക വിധം ഇവയെ പാക്കറ്റുകളിലാക്കണം. ഏതെല്ലാം വിധത്തിൽ പാക്കറ്റുകളിലാക്കാം?
- ഒരു ക്ലാസിൽ 30 കുട്ടികളുണ്ട്. കായികപരിശീലനത്തിന്റെ ഭാഗമായി അവരെ വരികളായി നിർത്തുകയാണ്. എല്ലാ വരികളിലും തുല്യഎണ്ണം കുട്ടികൾ വരത്തക്ക വിധം എങ്ങനെയെല്ലാം ക്രമീകരിക്കാം?
- ജിൻസിയുടെ കൈയിൽ ഒരേ വലുപ്പമുള്ള 42 സമചതുരക്കട്ടകളുണ്ട്. ഇത് ഒരേ ഉയരമുള്ള കൂട്ടങ്ങളായി അടുക്കിവയ്ക്കണം. എങ്ങനെയെല്ലാം അടുക്കിവയ്ക്കാം?
- 48 ന്റെ ഏറ്റവും ചെറിയ ഘടകം ഏതാണ്? ഏറ്റവും വലിയ ഘടകമോ? മറ്റു ഘടകങ്ങൾ ഏതെല്ലാം? ആകെ എത്ര ഘടകങ്ങളുണ്ട്?
- ചുവടെ നൽകിയിട്ടുള്ളവ തെറ്റോ ശരിയോ എന്നു കണ്ടെത്തൂ.

1 എല്ലാ സംഖ്യകളുടെയും ഘടകമാണ്.

എല്ലാ സംഖ്യകളുടെയും ഏറ്റവും വലിയ ഘടകം അതേ സംഖ്യയാണ്.

എല്ലാ സംഖ്യകൾക്കും 2 ൽ കൂടുതൽ ഘടകങ്ങളുണ്ട്.

ഒന്ന് ഒഴികെയുള്ള എല്ലാ സംഖ്യകളുടെയും ഘടകങ്ങളുടെ എണ്ണം ഇരട്ടസംഖ്യയാണ്.

ഒരു ഘടകം മാത്രമുള്ള ഒരേ ഒരു സംഖ്യ 1 ആണ്.

ഹരിച്ചുനോക്കാതെ...

ചുവടെ കൊടുത്ത സംഖ്യകളിൽ നിന്ന് 10 ഘടകമായിട്ടുള്ളവ, 5 ഘടകമായിട്ടുള്ളവ, 2 ഘടകമായിട്ടുള്ളവ എന്നിവ കണ്ടെത്തി അതത് വട്ടത്തിനകത്ത് എഴുതൂ.

50 18 45 40 28 14 25 70

12 20 25 6 9 8 10 5

10 ഘടകമായിട്ടുള്ള സംഖ്യകൾ

5 ഘടകമായിട്ടുള്ള സംഖ്യകൾ

2 ഘടകമായിട്ടുള്ള സംഖ്യകൾ

ഓരോ വട്ടത്തിലെയും സംഖ്യകൾക്ക് പൊതുവായി എന്തെങ്കിലും പ്രത്യേകതയുണ്ടോ?

10, 5, 2 എന്നീ സംഖ്യകൾ ഘടകങ്ങളായി വരുന്ന മറ്റു സംഖ്യകൾക്കും ഈ പ്രത്യേകതയുണ്ടോ? പരിശോധിക്കൂ.

സംഖ്യകൾ	ഒന്നിന്റെ സ്ഥാനത്തെ അക്കം
10 ഘടകമായിട്ടുള്ളവ	
5 ഘടകമായിട്ടുള്ളവ	
2 ഘടകമായിട്ടുള്ളവ	

ഇതുപോലെ ഒരു സംഖ്യയുടെ ഘടകമാണോ 3 എന്ന് എങ്ങനെ കണ്ടെത്തും?

3 ഘടകമായി വരുന്ന സംഖ്യകൾ 3, 6, 9, 12, 15, 18, ...

ഇവയുടെ അക്കത്തുക കണ്ടുപിടിച്ചുനോക്കൂ.

3 ഘടകമായി വരുന്ന മറ്റു സംഖ്യകളുടെയും അക്കത്തുക കണ്ടുനോക്കൂ.

ഇതുപോലെ 9 ഒരു ഘടകമായി വരുന്ന സംഖ്യകളുടെ അക്കത്തുക എത്രയായിരിക്കും?

ചുവടെ കൊടുത്ത സംഖ്യകളിൽ ഘടകമായി വരുന്നവയ്ക്ക് നേരെ ☑ അടയാളവും അല്ലാത്തവയ്ക്ക് നേരെ ☒ അടയാളവും രേഖപ്പെടുത്തൂ.

സംഖ്യ	ഘടകമായി വരുന്നവ				
	2	**3**	**5**	**9**	**10**
12	✓	✓	x	x	x
35					
30					
55					
60					
215					
240					
316					

ഭാജ്യവും അഭാജ്യവും

13 എന്ന സംഖ്യയെ 1 കൊണ്ടും 13 കൊണ്ടും നിശ്ശേഷം ഹരിക്കുവാൻ കഴിയും. ഇതു രണ്ടുമല്ലാത്ത മറ്റേതെങ്കിലും സംഖ്യകൊണ്ട് 13 നെ നിശ്ശേഷം ഹരിക്കാൻ കഴിയുമോ? ഇതുപോലെ 1 കൊണ്ടും, അതേ സംഖ്യകൊണ്ടും മാത്രം നിശ്ശേഷം ഹരിക്കാൻ കഴിയുന്ന സംഖ്യകൾ ഏതൊക്കെയാണ്?

1,2, 3, 5, 7, 11, ... തുടങ്ങിയ സംഖ്യകളെല്ലാം ഇതേ പ്രത്യേകതയുള്ള സംഖ്യകളാണ്.

1 ഉം അതേ സംഖ്യയും ഒഴിച്ചുള്ള സംഖ്യകൾ കൊണ്ട് നിശ്ശേഷം ഹരിക്കാൻ കഴിയാത്ത ഇത്തരം സംഖ്യകളിൽ 1 ഒഴികെയുള്ളവയെ അഭാജ്യസംഖ്യകൾ (Prime numbers) എന്നാണ് വിളിക്കുന്നത്. മറ്റൊരു വിധത്തിൽ പറഞ്ഞാൽ ഇത്തരം സംഖ്യകൾക്ക് 1 ഉം അതേ സംഖ്യയും മാത്രമേ ഘടകങ്ങൾ ആയി ഉണ്ടാവുകയുള്ളൂ.

എന്നാൽ 4, 6, 8, 9, 10, ... തുടങ്ങിയ സംഖ്യകളെ 1 ഉം അതേ സംഖ്യയും അല്ലാത്ത സംഖ്യകൾ കൊണ്ടും നിശ്ശേഷം ഹരിക്കുവാൻ കഴിയും. ഇത്തരം സംഖ്യകളെ ഭാജ്യസംഖ്യകൾ (Composite numbers) എന്നാണ് പറയുന്നത്.

1 ഭാജ്യമോ അഭാജ്യമോ ആയി പരിഗണിക്കാറില്ല.

സംഖ്യകളുടെ അരിപ്പ

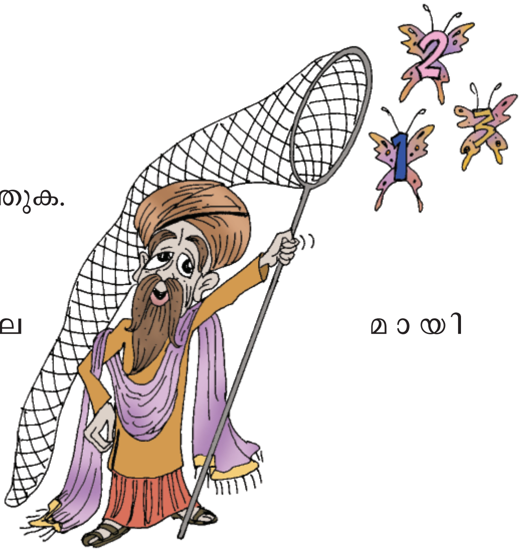
അഭാജ്യസംഖ്യകൾ കണ്ടെത്താൻ ക്രിസ്തുവിന് മുമ്പ് ജീവിച്ചിരുന്ന ഇറാത്തോസ്തെനീസ് കണ്ടെത്തിയ ഒരു മാർഗം ഇപ്പോഴും ഉപയോഗിക്കുന്നുണ്ട്.

- 1 മുതൽ 50 വരെ തുടർച്ചയായി സംഖ്യകൾ എഴുതുക.
- 1 ന്റെ ഗുണിതമാണ് തുടർന്നുവരുന്ന എല്ലാ സംഖ്യകളും. അതിനാൽ 1 പരിഗണിക്കുന്നില്ല.
- ആദ്യം കാണുന്ന ഓരോ സംഖ്യയും നിലനിർത്തി അതിന്റെ ഗുണിതങ്ങൾ ഒഴിവാക്കുന്നു.
- ശേഷിക്കുന്ന സംഖ്യകൾ അഭാജ്യസംഖ്യകളാണ്.
- 100 ൽ താഴെയുള്ള അഭാജ്യസംഖ്യകൾ ലഭിക്കാൻ ഏതു സംഖ്യയുടെ ഗുണിതങ്ങൾ വരെ ഒഴിവാക്കണം?

ചുവടെ നൽകിയിട്ടുള്ള സംഖ്യകളെ ഭാജ്യസംഖ്യകൾ, അഭാജ്യസംഖ്യകൾ എന്നിങ്ങനെ തരം തിരിക്കൂ.

9, 17, 26, 23, 45, 31,

36, 29, 48, 64, 41, 51



100 ൽ കുറവായ അഭാജ്യസംഖ്യകൾ കണ്ടെത്തുക.

അഭാജ്യഘടകങ്ങൾ

10 നെ വ്യത്യസ്ത സംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലമായി എങ്ങനെയെല്ലാം എഴുതാം?

1×10

2×5

ഇതുപോലെ 30 നെയോ?

1×30

2×15

3×10

6×5

$2 \times 3 \times 5$

10 നെയും 30 നെയും വിവിധ സംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലമായി വ്യത്യസ്ത രൂപ

അനഘസംഖ്യകൾ

6 ഒഴികെയുള്ള 6 ന്റെ ഘടകങ്ങളുടെ തുക 6 തന്നെയാണല്ലോ.

$$6 = 1 + 2 + 3$$

ഈ പ്രത്യേകതയുള്ള എല്ലാ സംഖ്യകളെയും അനഘസംഖ്യകൾ (Perfect Numbers) എന്നാണ് വിളിക്കുന്നത്.

50 ൽ കുറവായ എണ്ണൽസംഖ്യകളിൽ അനഘസംഖ്യയായ ഒരു സംഖ്യ കൂടി മാത്രമേ ഉള്ളൂ.

അതേതാണെന്നുകണ്ടെത്താമോ?

അതുകഴിഞ്ഞാൽ അടുത്ത അനഘസംഖ്യ 496 ആണ്.

2013 വർഷം വരെ 48 അനഘസംഖ്യകൾ മാത്രമേ കണ്ടെത്തിയിട്ടുള്ളൂ.

അതിഭാജ്യസംഖ്യകൾ (Highly Composite Numbers)

സംഖ്യ	ഘടകങ്ങൾ
1	1
2	1, 2
3	1, 3
4	1, 2, 4
5	1, 5
6	1, 2, 3, 6

ഇവയിൽ 2, 4, 6 എന്നിവയ്ക്ക് ഒരു പ്രത്യേകതയുണ്ട്. 2 ൽ ചെറിയ സംഖ്യക്ക് രണ്ടിന്റെ അത്രയും ഘടകങ്ങളില്ല. 4 ന് അതിനുമുമ്പുള്ള എല്ലാ സംഖ്യകളേക്കാളും ഘടകങ്ങൾ കൂടുതൽ ഉണ്ട്. 6 നോ? ഇത്തരം സംഖ്യകളാണ് അതിഭാജ്യസംഖ്യകൾ. ഏതാണ് അടുത്ത അതിഭാജ്യസംഖ്യ? 1 നെയും ഈ കൂട്ടത്തിൽ ഉൾപ്പെടുത്താം.

ഓരോന്നിനും അഭാജ്യസംഖ്യകൾ മാത്രമുള്ള ഗുണനരൂപം കാണാം.

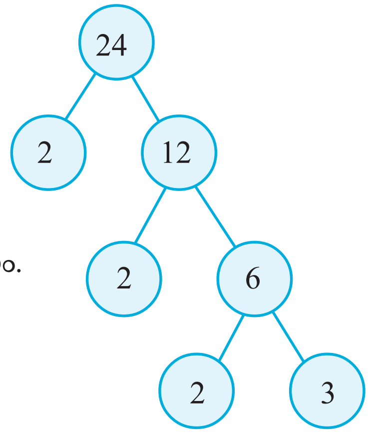
അതായത്

$$10 = 2 \times 5$$

$$30 = 2 \times 3 \times 5$$

ഇവിടെ 10 ന്റെ അഭാജ്യഘടകങ്ങളാണ് 2, 5. അതുപോലെ 30 ന്റെ അഭാജ്യഘടകങ്ങളാണ് 2, 3, 5.

24 നെ അഭാജ്യഘടകങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എങ്ങനെ എഴുതാം?



$$24 = 2 \times 12$$

$$12 = 2 \times 6$$

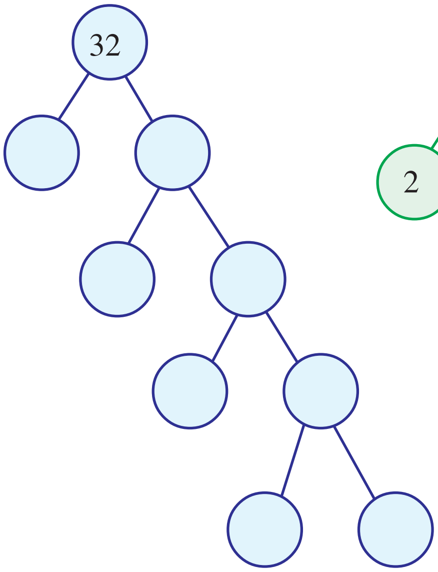
$6 = 2 \times 3$ ആയതിനാൽ $24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$ എന്നും എഴുതാം.

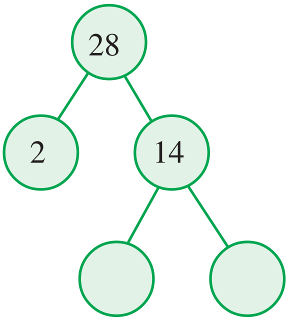
അപ്പോൾ

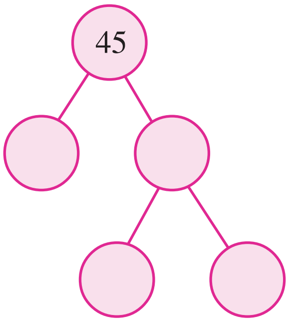
$$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

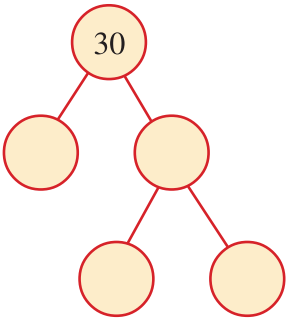
20 വരെയുള്ള സംഖ്യകളെ അഭാജ്യസംഖ്യകൾ മാത്രമുള്ള ഗുണനരൂപത്തിൽ എഴുതൂ. ഇത് ഉപയോഗിച്ച് ഓരോന്നിന്റെയും അഭാജ്യഘടകങ്ങളും എഴുതൂ.

- ചുവടെ നൽകിയ സംഖ്യകളെ അഭാജ്യസംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതൂ.



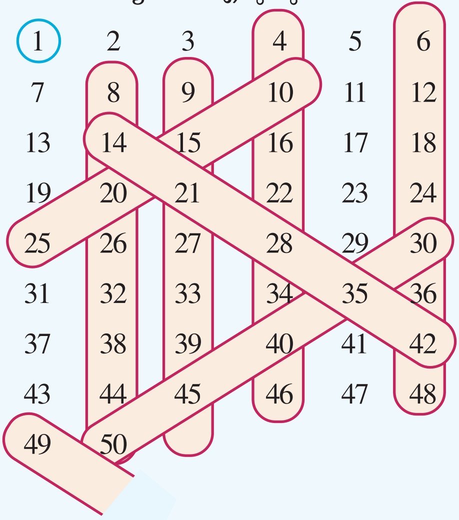






അഭാജ്യസംഖ്യകൾ കണ്ടെത്താനൊരു മാർഗം

ആറ് നിരകളിലായി 1 മുതൽ 50 സംഖ്യകൾ എഴുതുക.



- 2 ഒഴികെ 2 ന്റെ ഗുണിതങ്ങൾ ഒഴിവാക്കുന്നു. 2, 4, 6 നിരകൾ ഒഴിവാക്കുന്നു.
- 3 ഒഴികെ 3 ന്റെ ഗുണിതങ്ങൾ ഒഴിവാക്കുന്നു.
- ഇതുപോലെ 5, 7 എന്നീ സംഖ്യകൾ ഒഴികെ ഇവയുടെ ഗുണിതങ്ങൾ ഒഴിവാക്കുന്നു.
- ശേഷിക്കുന്നത് അഭാജ്യസംഖ്യകൾ ആയിരിക്കും.

അടിസ്ഥാനഘടകങ്ങൾ

252 നെ അഭാജ്യസംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലമായി എങ്ങനെ എഴുതും?

ഇവിടെ ഒന്നിന്റെ സ്ഥാനത്തെ അക്കം ഇരട്ടസംഖ്യയാണല്ലോ. അതുകൊണ്ട് 2 ഒരു ഘടകമാണ്. മറ്റു ഘടകങ്ങൾ കണ്ടെത്താൻ 252 നെ 2 കൊണ്ട് ഹരിച്ച് നോക്കാം.

$252 = 2 \times 126$

126 ന്റെ ഒന്നിന്റെ സ്ഥാനത്ത് 6 ആണല്ലോ.

അതുകൊണ്ട് 2 ഒരു ഘടകമാണ്.

$126 = 2 \times 63$

63 ന്റെ അക്കത്തുക 9 ആണല്ലോ. 9 ന്റെ ഘടകമാണ് 3.

ഇതിൽനിന്ന് 3 ഒരു ഘടകമാണെന്നു കാണാം.

$63 = 3 \times 21$

21 നെ 7×3 എന്നെഴുതാമല്ലോ.

ഇത് ഹരണരൂപത്തിൽ ഇങ്ങനെ എഴുതാം:

2	252
2	126
3	63
3	21
	7

അതായത് $252 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7$

ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന സംഖ്യകളെ അഭാജ്യസംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതൂ.

- 145
- 210
- 100
- 168
- 225
- 288

പതിനൊന്നിന്റെ ഗുണിതം

462 എന്ന സംഖ്യ 11 ന്റെ ഗുണിതമാണോ?

462 നെ 11 കൊണ്ട് ഹരിച്ച് നോക്കി ഇതിന് ഉത്തരം പറയാം.

ഹരിച്ച് നോക്കാതെ ഉത്തരം പറയാൻ എന്താണ് വഴി?

$$\begin{aligned} 462 &= 4 \times 100 + 6 \times 10 + 2 \\ &= 4 \times (99 + 1) + 6\,(11 - 1) + 2 \\ &= 4 \times 99 + 4 + 6 \times 11 - 6 + 2 \\ &= (4 \times 99 + 6 \times 11\,) + 4 - 6 + 2 \end{aligned}$$

99 ഉം 11 ഉം 11 ന്റെ ഗുണിതങ്ങളാണ്. അപ്പോൾ 462, 11 ന്റെ ഗുണിതമാകണമെങ്കിൽ $4 - 6 + 2$, 11 ന്റെ ഗുണിതമായാൽ മതി. $4 - 6 + 2 = 0$ ആയതിനാൽ 462 എന്ന സംഖ്യ 11 ന്റെ ഗുണിതമാണ്.

മറ്റൊരുദാഹരണം നോക്കാം:

$$\begin{aligned} 2596 &= 2 \times 1000 + 5 \times 100 + 9 \times 10 + 6 \\ &= 2\,(1001 - 1) + 5\,(99 + 1) + 9\,(11 - 1) + 6 \\ &= 2 \times 1001 - 2 + 5 \times 99 + 5 + 9 \times 11 - 9 + 6 \\ &= (2 \times 1001 + 5 \times 99 + 9 \times 11) - 2 + 5 - 9 + 6 \end{aligned}$$

1001, 99, 11 എന്നിവ 11 ന്റെ ഗുണിതമാണ്. അപ്പോൾ 2596 എന്ന സംഖ്യ 11ന്റെ ഗുണിതമാണ്. അതായത് സംഖ്യയിലെ ഒന്ന്, നൂറ്, പതിനായിരം, ... തുടങ്ങിയ സ്ഥാനങ്ങളിലെ അക്കങ്ങളുടെ തുകയും പത്ത്, ആയിരം, ലക്ഷം, ... തുടങ്ങിയ സ്ഥാനങ്ങളിലെ അക്കങ്ങളുടെ തുകയും തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം 11 ന്റെ ഗുണിതമാണെങ്കിൽ ആ സംഖ്യ 11 ന്റെ ഗുണിതമാണ്.

വൻ പൊതുഘടകം

16 ന്റെ ഘടകങ്ങൾ ഏതൊക്കെയാണ്?

1, 2, 4, 8, 16 എന്നിവയാണല്ലോ.

12 ന്റെ ഘടകങ്ങളോ?

1, 2, 3, 4, 6, 12

12 നും 16 നും പൊതുവായി വരുന്ന ഘടകങ്ങൾ 1, 2, 4 എന്നിവയാണ്.

ഈ സംഖ്യകളെ 12 ന്റെയും 16 ന്റെയും പൊതുഘടകങ്ങൾ (Common factors) എന്നാണ് പറയുന്നത്.

ഈ പൊതുഘടകങ്ങളിൽ ഏറ്റവും വലിയ സംഖ്യ 4 ആയതുകൊണ്ട് 4 നെ 12 ന്റെയും 16 ന്റെയും വൻ പൊതുഘടകം (Highest Common Factor) എന്നും പറയുന്നു.

ഇത് മറ്റൊരു രീതിയിലും കാണാം.

16 നെയും 12 നെയും അഭാജ്യഘടകങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതാൻ അറിയാമല്ലോ.

$16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2$

$12 = 2 \times 2 \times 3$

ഇവിടെ 12 ന്റെയും 16 ന്റെയും അഭാജ്യഘടകങ്ങളിൽ പൊതുവായി വരുന്ന സംഖ്യകൾ ഏതൊക്കെയാണ്?

$$16 = \boxed{2} \times \boxed{2} \times 2 \times 2$$

$$12 = \boxed{2} \times \boxed{2} \times 3$$

2, 2 ആണല്ലോ.

അതിനാൽ 12 ന്റെയും 16 ന്റെയും വൻ പൊതുഘടകം $2 \times 2 = 4$ ആണ്.

24 ന്റെയും 18 ന്റെയും വൻ പൊതു ഘടകം എങ്ങനെ കണ്ടെത്താം?

24 നെ അഭാജ്യസംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതാൻ അറിയാമല്ലോ.

$$\begin{array}{r|l} 2 & 24 \\ \hline 2 & 12 \\ \hline 2 & 6 \\ \hline & 3 \end{array}$$

$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$

ഇനി 18 നെ അഭാജ്യഘടകങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതാം.

$$\begin{array}{r|l} 2 & 18 \\ \hline 3 & 9 \\ \hline & 3 \end{array}$$

$18 = 2 \times 3 \times 3$

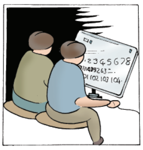
24 ന്റെയും 18 ന്റെയും പൊതുഘടകങ്ങൾ ഇവയിൽനിന്ന് കാണാമല്ലോ. പൊതുഘടകങ്ങൾ

$$24 = 2 \times 2 \times \boxed{2} \times \boxed{3}$$

$$18 = \boxed{2} \times \boxed{3} \times 3$$

$2 \times 3 = 6$

വൻ പൊതുഘടകം 6 എന്നു കാണാം.



- ചുവടെ കൊടുത്ത സംഖ്യാജോടികളിലെ പൊതുഘടകങ്ങളും വൻ പൊതുഘടകവും കണ്ടെത്തൂ.
  - 28, 20
  - 15, 25
  - 28, 36
  - 36, 45
  - 32, 40
  - 18, 24
- ജോസ് വെളിച്ചെണ്ണ അളന്ന് നൽകുകയാണ്. സിയാദിന് 12 ലിറ്ററും മീരയ്ക്ക് 16 ലിറ്ററും വെളിച്ചെണ്ണ വേണം. ജോസിന്റെ കൈയിൽ എല്ലാ അളവുകളും അളക്കാൻ കഴിയുന്ന പാത്രങ്ങളുണ്ട്. രണ്ടു പേർക്കും അളന്നു നൽകാൻ കഴിയുന്ന ഏറ്റവും വലിയ ഒരു പാത്രം ഏത്?

സെമിനാർ: 'അഭാജ്യസംഖ്യകളുടെ ചരിത്രം' എന്ന വിഷയത്തെ ആസ്പദമാക്കി ഒരു സെമിനാർ പേപ്പർ തയാറാക്കി അവതരിപ്പിക്കൂ.

- ചുവടെ നൽകിയ സംഖ്യകളുടെ 5 വീതം ഗുണിതങ്ങൾ എഴുതുക.

  32 23 55 60

- സംഖ്യാജോടികളുടെ ചെറുപൊതുഗുണിതം കണ്ടെത്തൂ.
  - 12, 15
  - 20, 30
  - 7, 8
  - 8, 16
- ഘടകങ്ങൾ കണ്ടെത്തൂ.

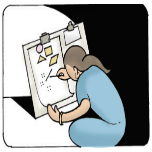
  25 37 48 100

- അഭാജ്യസംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതൂ.

  25 60 58 125

  160 204 190 92

- പൊതുഘടകങ്ങളും വൻ പൊതുഘടകവും കണ്ടെത്തൂ.
  - 36, 48
  - 44, 64
  - 24, 56



പ്രോജക്ട്

വിവിധ സംഖ്യാജോടികളുടെ ഗുണനഫലവും ചെറു പൊതുഗുണിതവും, വൻ പൊതുഘടകവും തമ്മിലുള്ള ബന്ധം കണ്ടെത്തുക.

തിരിഞ്ഞുനോക്കുമ്പോൾ

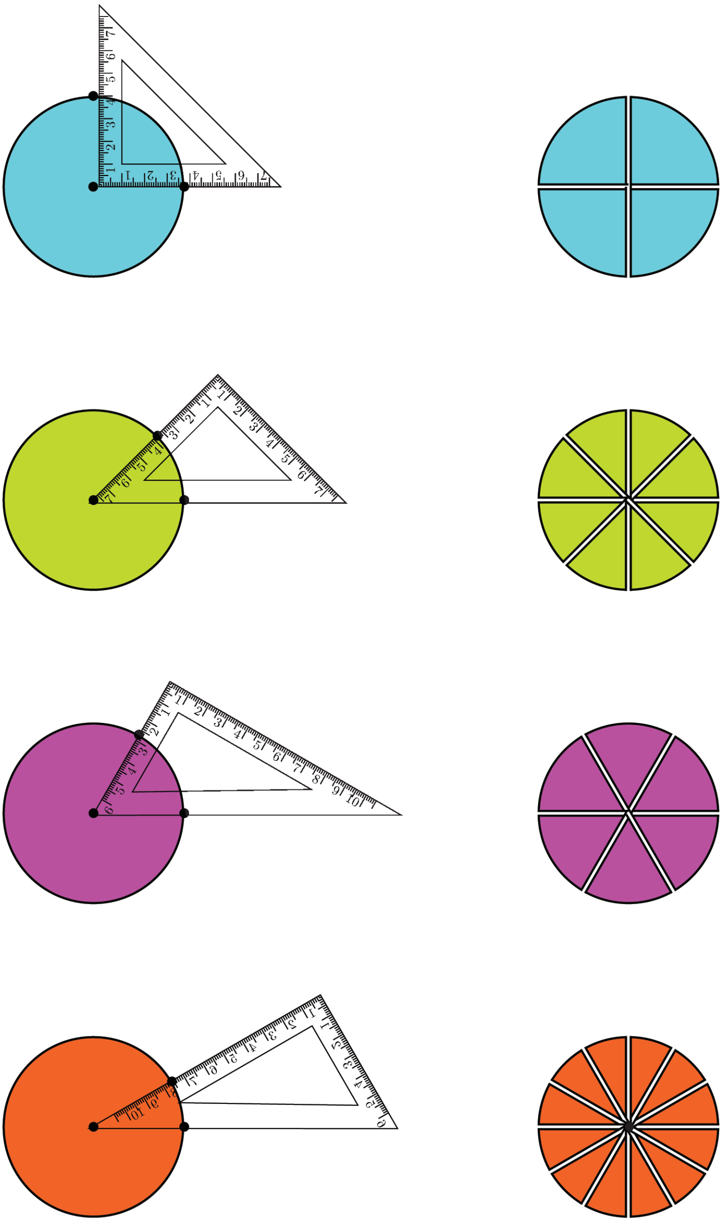
പഠനനേട്ടങ്ങൾ	എനിക്ക് കഴിയും	ടീച്ചറുടെ സഹായത്തോടെ കഴിയും	ഇനിയും മെച്ചപ്പെടേണ്ടതുണ്ട്
• സംഖ്യകളുടെ പൊതുഗുണിതങ്ങൾ തിരിച്ചറിയാനും വിശദീകരിക്കാനും കഴിയുന്നു.			
• സംഖ്യകളുടെ പൊതുഘടകങ്ങൾ തിരിച്ചറിയാനും വിശദീകരിക്കാനും കഴിയുന്നു.			
• പൊതുഗുണിതങ്ങൾ, പൊതുഘടകങ്ങൾ എന്നിവയുടെ പ്രത്യേകതകൾ ഉപയോഗിച്ച് പ്രശ്നപരിഹാരം നടത്തുന്നു.			
• സംഖ്യകളുടെ ഘടകങ്ങളുടെ പ്രത്യേകതയെ അടിസ്ഥാനമാക്കി ഭാജ്യസംഖ്യകൾ, അഭാജ്യസംഖ്യകൾ എന്നിങ്ങനെ തരംതിരിക്കുന്നു.			
• സംഖ്യകളെ അവയുടെ അഭാജ്യഘടകങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതുന്ന രീതി വിശദീകരിക്കുന്നു.			
• ഏതൊരു സംഖ്യയും 2,3,4,5,6,8,9,10 എന്നീ സംഖ്യകളുടെ ഗുണിതമാണോ എന്ന് ഹരിച്ചുനോക്കാതെ നിശ്ചയിക്കുന്നു.			
• രണ്ടു സംഖ്യകൾക്ക് അവയുടെ ചെറുപൊതുഗുണിതവും വൻപൊതുഘടകവുമായുള്ള ബന്ധം വിശദീകരിക്കുന്നു.			

8

ഭാഗങ്ങൾ ചേരുമ്പോൾ

വട്ടക്ഷണങ്ങൾ

ഒരു വട്ടത്തിനെ മട്ടങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് പല സമഭാഗങ്ങളാക്കാമെന്നു കണ്ടല്ലോ.



ഇങ്ങനെ ഒരേ വലുപ്പത്തിലുള്ള പല വൃത്തങ്ങളുടെ കുറേ $\frac{1}{4}$ ഭാഗങ്ങളും, $\frac{1}{8}$ ഭാഗങ്ങളും, $\frac{1}{6}$ ഭാഗങ്ങളും, $\frac{1}{12}$ ഭാഗങ്ങളും, നാലു പെട്ടികളിലാക്കിയാണ് ലീല ടീച്ചർ ക്ലാസിൽ വന്നത്. കുട്ടികളെ നാലു സംഘങ്ങളാക്കി, ഓരോ സംഘത്തിനും ഒരു പെട്ടി വീതം കൊടുത്തു. ഓരോ സംഘവും അവർക്കു കിട്ടിയ വട്ടക്ഷണങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് പകുതി വട്ടം ഉണ്ടാക്കണം.

$\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$ $\frac{1}{2} = \frac{4}{8}$ $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$ $\frac{1}{2} = \frac{6}{12}$

ഇതുപോലെയുള്ള വട്ടക്കഷണങ്ങൾ നിങ്ങൾക്കും ഉണ്ടാക്കാമല്ലോ. അവയുപയോഗിച്ച്, ഏതെല്ലാം തരത്തിൽ വട്ടത്തിന്റെ $\frac{1}{4}$ ഭാഗം ഉണ്ടാക്കാം?

$\frac{1}{3}$ ആയാലോ?

ഏതെല്ലാം തരത്തിൽ $\frac{2}{3}$ ഉണ്ടാക്കാം?

അംശവും ഛേദവും

രണ്ടു സമഭാഗങ്ങളാക്കിയതിൽ ഒന്നിനെയാണല്ലോ പകുതി എന്നു പറയുന്നതും, $\frac{1}{2}$ എന്നെഴുതുന്നതും.

നാലു സമഭാഗങ്ങളിൽ നിന്ന് രണ്ടെണ്ണമെടുത്ത് ചേർത്തുവച്ചാലും പകുതിതന്നെ; അതായത്, നാലിൽ രണ്ടും, രണ്ടിൽ ഒന്നും പകുതിതന്നെ. ഇക്കാര്യം

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$$

എന്നെഴുതാം.

6 സമഭാഗങ്ങളാക്കിയതിൽ 3 എണ്ണമെടുത്താലോ?

അപ്പോൾ

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6}$$

ഇത് എത്ര വേണമെങ്കിലും തുടരാം. ഉദാഹരണമായി. 100 സമഭാഗങ്ങളിൽ എത്രയെണ്ണം എടുത്താലാണ് പകുതി കിട്ടുന്നത്?

ഇതെങ്ങനെ എഴുതും?

$$\frac{1}{2} = ...$$

ഇത് മറ്റൊരു തരത്തിൽ പറയാം. $\frac{50}{100}$ എന്ന ഭിന്നസംഖ്യയിൽ, ചുവട്ടിലെ 100 എന്ന സംഖ്യ, ആകെ എത്ര ഭാഗങ്ങളായി മുറിച്ചു എന്നതിനെയാണ് കാണിക്കുന്നത്. മുകളിലെ സംഖ്യ 50, എത്ര ഭാഗങ്ങൾ എടുത്തു എന്നതിനേയും.

മുറിക്കുക എന്നതിന് ഛേദിക്കുക എന്നും പറയാം. അതിനാൽ 100 എന്ന സംഖ്യയെ, $\frac{50}{100}$ ന്റെ ഛേദം (denominator) എന്നാണ് പറയുന്നത്. ഭാഗത്തിന് അംശം എന്നു പറയാറുള്ളതിനാൽ, 50 നെ $\frac{50}{100}$ ന്റെ അംശം (numerator) എന്നും പറയുന്നു.

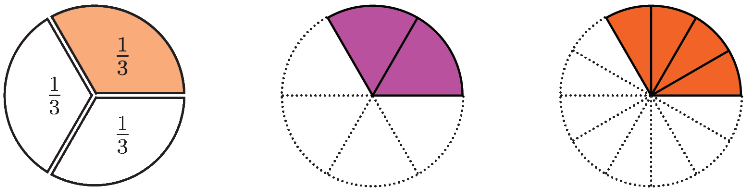
അപ്പോൾ പകുതി എന്നതിന്റെ പല സംഖ്യാരൂപങ്ങളായ

$$\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \frac{4}{8}, \dots$$

എന്നിവയിലെ ഛേദങ്ങൾ 2, 4, 6, 8, ... എന്നിങ്ങനെ മാറുമ്പോൾ, അംശങ്ങൾ 1, 2, 3, 4, ... എന്നിങ്ങനെ മാറ്റണം.

ഇനി മൂന്നിലൊന്നിന്റെ കാര്യം നോക്കാം:

ഈ ചിത്രം നോക്കൂ



$\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$ $\frac{1}{3} = \frac{4}{12}$

ചിത്രത്തിൽ നിന്നും $\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{4}{12}$ ആണെന്ന് വ്യക്തമാണല്ലോ

ഇനി ഈ ചിത്രം നോക്കൂ

ഒരു നാട 9 സമഭാഗങ്ങളായി മുറിച്ചിരിക്കുന്നു; ഇവയിൽ എത്രയെണ്ണമെടുത്താലാണ് നാടയുടെ $\frac{1}{3}$ ഭാഗം കിട്ടുന്നത്?

$\frac{1}{3} = \frac{3}{9}$

അങ്ങനെ

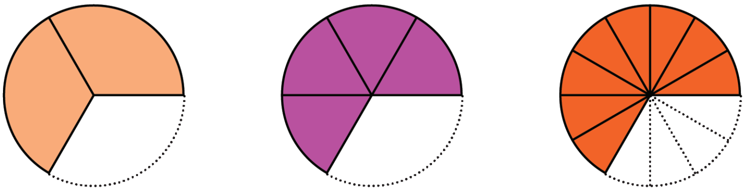
$$\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{3}{9} = \frac{4}{12}$$

എന്നെല്ലാം കാണാം. ഇതും എത്ര വേണമെങ്കിലും തുടരാം. ഉദാഹരണമായി, ഒരു നാട 15 സമഭാഗങ്ങളാക്കിയതിൽ എത്രയെണ്ണമെടുത്താലാണ്. നാടയുടെ $\frac{1}{3}$ കിട്ടുക?

ഇതെങ്ങനെ എഴുതാം?

$$\frac{1}{3} = \ldots\ldots\ldots$$

നേരത്തെ മുറിച്ചെടുത്ത വട്ടക്കഷണങ്ങൾ ചേർത്തുവച്ച് എങ്ങനെയെല്ലാം $\frac{2}{3}$ ഉണ്ടാക്കാം?



$\frac{2}{3}$ $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$ $\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$

ഒരു നാട 9 സമഭാഗങ്ങളാക്കിയതിൽ എത്രയെണ്ണം എടുത്താൽ, നാടയുടെ $\frac{2}{3}$ ഭാഗം കിട്ടും?

$\frac{1}{3} = \frac{3}{9}$

$\frac{2}{3} = \frac{6}{9}$

ഇതിൽ നിന്നെല്ലാം കണ്ടത് എന്തൊക്കെയാണ്?

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \frac{8}{12}$$

ഇതിനിയും തുടരാം. $\frac{2}{3}$ ന്റെ പലപല രൂപങ്ങളിൽ, ഛേദമായി വരുന്ന സംഖ്യകൾ ഏതൊക്കെയാണ്?

ഇവയെല്ലാം ഏതു സംഖ്യയുടെ ഗുണിതങ്ങളാണ്?

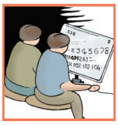
അംശങ്ങളോ?

3 ന്റെ ഏതു ഗുണിതവും ഛേദമായി എടുക്കാമോ?

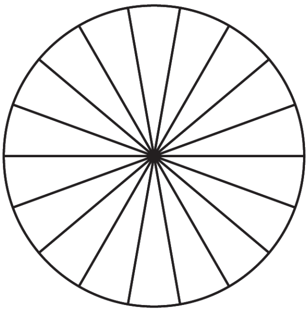
ഛേദം 24 ആയെടുത്താൽ, അംശം എന്തായി എടുക്കണം?

2 ന്റെ ഏതു ഗുണിതവും അംശമായി എടുക്കാമോ?

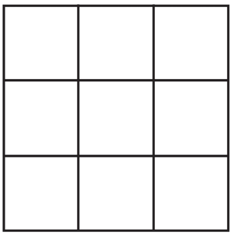
അംശം 24 എന്നെടുത്താൽ, ഛേദം എന്താകണം?



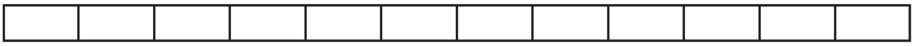
- ചുവടെയുള്ള ഓരോ ചിത്രത്തിലും പറഞ്ഞിരിക്കുന്ന ഭാഗത്തിന് നിറം കൊടുക്കുക. അതിൽ നിന്ന് തന്നിരിക്കുന്ന ഭിന്നസംഖ്യയുടെ മറ്റൊരു രൂപം കണ്ടുപിടിക്കുക:



$\frac{1}{6}$

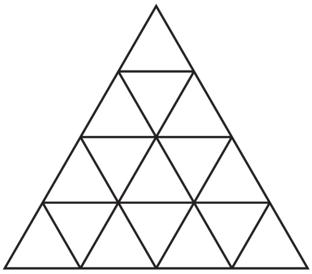


$\frac{2}{3}$



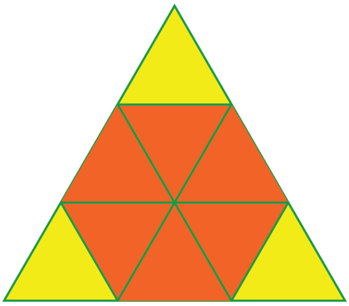
$\frac{3}{4}$

- ചുവടെയുള്ള ത്രികോണത്തിന്റെ $\frac{1}{4}$ ഭാഗത്തിന് നിറം കൊടുക്കണം:



കൂട്ടുകാരുമായി ചേർന്ന് വ്യത്യസ്ത രീതികളിൽ ഇതു ചെയ്തുനോക്കൂ. ഇതിൽ നിന്നു കിട്ടുന്നത് $\frac{1}{4}$ ന്റെ ഏതു രൂപമാണ്?

- ചുവടെയുള്ള ചിത്രത്തിൽ ചുവന്ന നിറം കൊടുത്തിരിക്കുന്നത്, വലിയ ത്രികോണത്തിന്റെ എത്ര ഭാഗമാണ്?



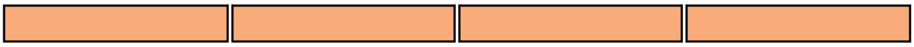
ഈ ഭിന്നസംഖ്യയെ 3 ഛേദമായ രൂപത്തിൽ എഴുതുക.

- ഒരു വൃത്തം വരച്ച്, അതിനെ 12 സമഭാഗങ്ങളായി മുറിച്ചെടുക്കുക. ഈ കഷണങ്ങൾ ചേർത്തുവച്ച്, വൃത്തത്തിന്റെ $\frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{1}{6}, \frac{5}{6}$ എന്നി ഭാഗങ്ങൾ ഉണ്ടാക്കുക. ഈ ഭിന്ന സംഖ്യകളുടെയെല്ലാം 12 ഛേദമായ രൂപം എഴുതുക.
- ഒരു വൃത്തം വരച്ച്, 8 സമഭാഗങ്ങളായി മുറിച്ചെടുക്കുക. ഈ കഷണങ്ങൾ ചേർത്തു വച്ച്, വൃത്തത്തിന്റെ $\frac{1}{3}$ ഭാഗം ഉണ്ടാക്കാൻ കഴിയുമോ? $\frac{2}{3}$ ഭാഗമോ? $\frac{3}{4}$ ഭാഗമായാലോ?

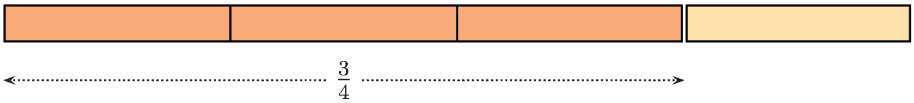
ഒരു ഭിന്നം, പല രൂപം

ഒരു ഭിന്നസംഖ്യയെത്തന്നെ, അംശവും ഛേദവും മാറ്റി, പല രൂപത്തിൽ എഴുതാമെന്നു കണ്ടു. $\frac{3}{4}$ ന്റെ ഇത്തരം രൂപങ്ങൾ കണ്ടുപിടിക്കുന്നതെങ്ങനെ?

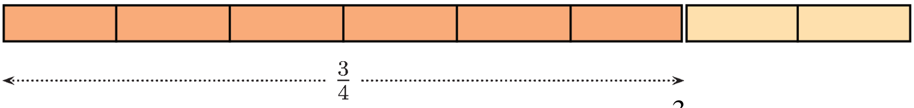
നീളമുള്ള ഒരു നാട 4 സമഭാഗങ്ങളാക്കുക:



ഇവയിൽ 3 എണ്ണം ചേർത്തുവച്ചാൽ, നാടയുടെ $\frac{3}{4}$ ആയി



നാലു കഷണങ്ങളേയും പകുതിയാക്കിയാലോ?

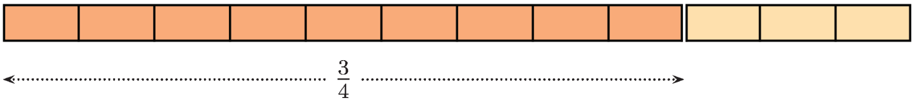


നാട 8 സമഭാഗങ്ങളായി; അവയിൽ 6 എണ്ണം ചേർന്നതാണ് $\frac{3}{4}$

അതായത്,

$$\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$$

നാല് കഷണങ്ങളേയും രണ്ടു സമഭാഗങ്ങൾ വീതമാക്കുന്നതിനു പകരം, മൂന്നു സമഭാഗങ്ങൾ വീതമാക്കിയാലോ?



$\frac{3}{4}$ ന്റെ മറ്റൊരു രൂപം കിട്ടിയില്ലേ?

$$\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$$

നാലു കഷണങ്ങളോരോന്നും നാലു സമഭാഗങ്ങളാക്കിയാലോ?

ചിത്രമൊന്നുമില്ലാതെ ആലോചിച്ചു നോക്കാം:

ആകെ കഷണങ്ങൾ $4 \times 4 = 16$

$\frac{3}{4}$ ഭാഗത്തിലെ കഷണങ്ങൾ $3 \times 4 = 12$

അപ്പോൾ

$$\frac{3}{4} = \frac{12}{16}$$

അതായത്, ആകെ കഷണങ്ങൾ 4 ന്റെ എത്ര മടങ്ങാണോ, അത്രയും മടങ്ങ് 3 എടുത്താൽ $\frac{3}{4}$ ന് തുല്യമായ സംഖ്യ കിട്ടും.

മറ്റൊരു രീതിയിലും പറയാം: $\frac{3}{4}$ ന്റെ പല രൂപങ്ങൾ കിട്ടാൻ, 4 ന്റെ ഏതു ഗുണിതവും ഛേദമായെടുക്കാം; 3 ന്റെ അതേ ഗുണിതം തന്നെ അംശമായെടുക്കണം.
ഉദാഹരണമായി,

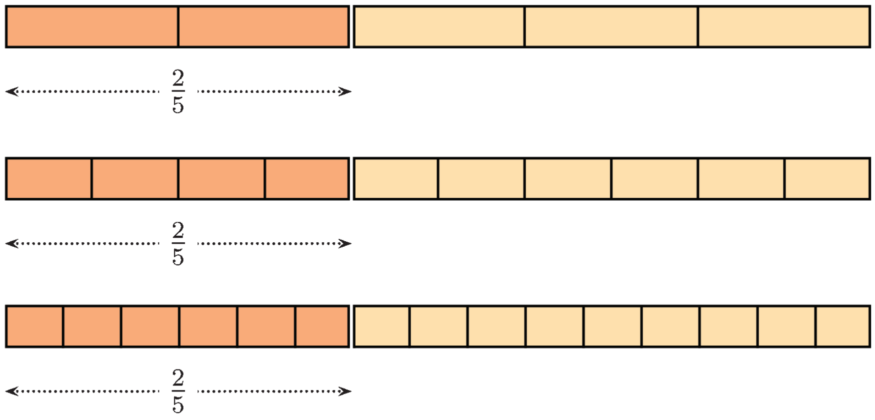
$$4 \times 25 = 100 \qquad 3 \times 25 = 75$$

എന്നീ ഗുണിതങ്ങളിൽ നിന്ന്

$$\frac{3}{4} = \frac{75}{100}$$

എന്നു കിട്ടും.

ഇത് എല്ലാ ഭിന്നങ്ങൾക്കും ശരിയല്ലേ? ഉദാഹരണമായി $\frac{2}{5}$ നോക്കാം:



$\frac{2}{5} = \frac{4}{10}$

$\frac{2}{5} = \frac{6}{15}$

ഇവിടെ നാം കാണുന്ന പൊതുതത്ത്വം എന്താണ്?

ഒരു ഭിന്നസംഖ്യയുടെ ഛേദത്തെയും അംശത്തെയും ഒരേ സംഖ്യകൊണ്ടു ഗുണിച്ചാൽ, അതേ ഭിന്നസംഖ്യയുടെ മറ്റൊരു രൂപം കിട്ടും.

മറ്റൊരു കാര്യം കൂടി നോക്കാം. $\frac{18}{24}$ എന്ന ഭിന്നസംഖ്യ നോക്കുക. ഇതിന്റെ ഛേദവും അംശവും ഇരട്ടസംഖ്യകളാണ്; അതായത്, അവ രണ്ടിനും 2 ഘടകമാണ്:

$$24 = 12 \times 2 \qquad 18 = 9 \times 2$$

അപ്പോൾ, മുകളിൽ കണ്ടതനുസരിച്ച്,

$$\frac{18}{24} = \frac{9}{12}$$

9 നും 12 നും പൊതുവായി ഏതെങ്കിലും ഘടകമുണ്ടോ?

$$12 = 4 \times 3, \quad 9 = 3 \times 3$$

എന്നു കാണാം; അപ്പോൾ

$$\frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

അങ്ങനെ

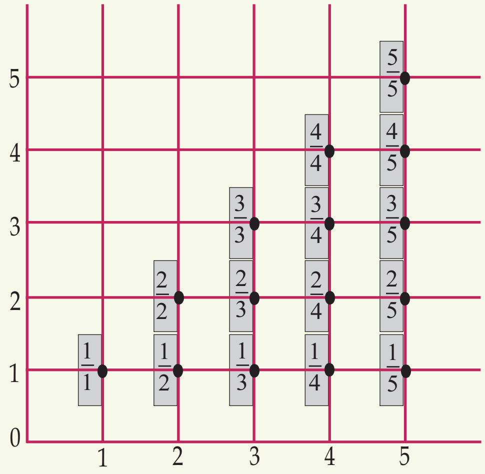
$$\frac{18}{24} = \frac{3}{4}$$

ഇവിടെ കണ്ടതെന്താണ്?

ഒരു ഭിന്നസംഖ്യയുടെ ഛേദത്തിനും അംശത്തിനും പൊതുവായ ഒരു ഘടകമുണ്ടെങ്കിൽ, അതുകൊണ്ട് ഛേദത്തിനെയും അംശത്തിനെയും ഹരിച്ചാൽ അതേ ഭിന്നസംഖ്യയുടെ മറ്റൊരു രൂപം കിട്ടും.

മുകളിൽ കണ്ട ഉദാഹരണത്തിൽ $\frac{18}{24}$ നെ ആദ്യം $\frac{9}{12}$ എന്നെഴുതി; പിന്നീട് ഛേദവും അംശവും വീണ്ടും ചെറുതാക്കി $\frac{3}{4}$ എന്നെഴുതി.

വലുതും ചെറുതും



ചിത്രത്തിൽ 0, $\frac{1}{2}$ എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ ചേർത്ത് വരയ്ക്കൂ. ഈ വരയിൽ വരുന്ന ഭിന്നസംഖ്യകളുടെ പ്രത്യേകത എന്ത്?

0, $\frac{2}{3}$ എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ ചേർത്ത് വരയ്ക്കൂ. ഈ വരയുടെ മുകളിൽ വരുന്ന ഭിന്നങ്ങളുടെ പ്രത്യേകത എന്ത്? ഈ വരയുടെ താഴെ വരുന്ന ഭിന്നങ്ങളുടെ പ്രത്യേകതയോ?

ഛേദവും അംശവും ഇനിയും ചെറുതാക്കാൻ കഴിയില്ലല്ലോ (എന്തുകൊണ്ട്?) അതിനാൽ $\frac{3}{4}$ നെ $\frac{18}{24}$ ന്റെ ലഘുരൂപം (in lowest terms) എന്നാണ് പറയുന്നത്.

പൊതുവേ പറഞ്ഞാൽ, ഒരു ഭിന്നസംഖ്യയുടെ, ഛേദത്തിന്റെയും അംശത്തിന്റെയും പൊതുവായ ഘടകങ്ങളെല്ലാം ഹരിച്ചു മാറ്റിയാൽ കിട്ടുന്നതാണ് അതിന്റെ ലഘുരൂപം.

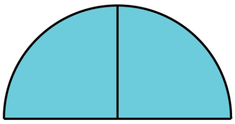
ഇനി ചുവടെയുള്ള കണക്കുകൾ ചെയ്തുനോക്കൂ:

- പൂരിപ്പിക്കുക
  - $\frac{3}{5} = \frac{.....}{30}$
  - $\frac{5}{6} = \frac{20}{.....}$
  - $\frac{45}{75} = \frac{3}{.....}$
  - $\frac{42}{48} = \frac{.....}{8}$
- ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ഭിന്നസംഖ്യകളെ 10, 100, 1000 ഇവ ഏതെങ്കിലും ഛേദമായ ഭിന്നസംഖ്യയായി എഴുതുക:
  - $\frac{1}{2}$
  - $\frac{2}{5}$
  - $\frac{3}{4}$
  - $\frac{5}{8}$

- $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}$ എന്നീ ഭിന്നസംഖ്യകളെ 10, 100, 1000 ഇവ ഏതെങ്കിലും ഛേദമായ ഭിന്നസംഖ്യയായി എഴുതാൻ കഴിയുമോ? എന്തുകൊണ്ട്?
- ചുവടെയുള്ള ഓരോ ജോടി ഭിന്നസംഖ്യകളേയും ഒരേ ഛേദമുള്ള ഭിന്നസംഖ്യകളായി എഴുതുക.
  - $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}$
  - $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}$
  - $\frac{1}{3}, \frac{1}{4}$
  - $\frac{1}{3}, \frac{2}{5}$

ചേർത്തുവയ്ക്കാം

ഒരു വട്ടത്തെ നാലു സമഭാഗങ്ങളാക്കിയതിൽ രണ്ടെണ്ണം ചേർത്തുവച്ചാൽ പകുതി വട്ടമായി:

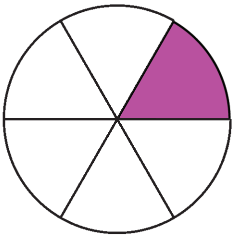


അതായത്, കാൽ വട്ടത്തിനോട് കാൽ വട്ടം ചേർത്താൽ പകുതി വട്ടം; അഥവാ കാലും കാലും ചേർന്നാൽ അര. ഇക്കാര്യം ഇങ്ങനെ എഴുതാം:

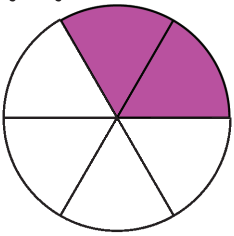
$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

ഇതുപോലെ വട്ടത്തിനെ ആറു സമഭാഗങ്ങളാക്കിയ കഷണങ്ങളിൽ രണ്ടെണ്ണം ചേർത്തുവച്ചാലോ?

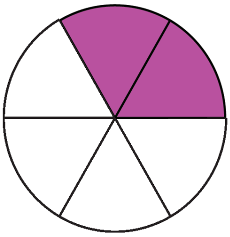
ഒരു വട്ടം വരച്ച്, ആറു സമഭാഗങ്ങൾ അടയാളപ്പെടുത്തുക. ഒരു ഭാഗത്തിന് നിറം കൊടുക്കുക.



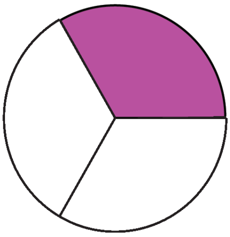
ഒരു ഭാഗത്തിനുകൂടി നിറം കൊടുക്കുക:



ഇപ്പോൾ വട്ടത്തിന്റെ $\frac{2}{6}$ ഭാഗത്തിനു നിറമായി. $\frac{2}{6}$ എന്നത്, $\frac{1}{3}$ ന്റെ വേറൊരു രൂപമല്ലേ?



$\frac{2}{6}$



$\frac{1}{3}$

ഇക്കാര്യവും ഒരു തുകയായി എഴുതാം:

$$\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$$

ഇനി വട്ടത്തെ എട്ടു സമഭാഗങ്ങളാക്കിയതിൽ രണ്ടെണ്ണം ചേർത്തുവച്ചാൽ ആകെ എത്ര ഭാഗമാകുമെന്ന് മനക്കണക്കായി പറയാമോ?

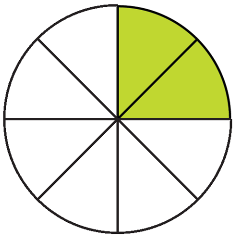
8 സമഭാഗങ്ങളിൽ 2 എണ്ണമെടുത്താൽ $\frac{2}{8}$; മാത്രവുമല്ല,

$$\frac{2}{8}=\frac{1\times 2}{4\times 2}=\frac{1}{4}$$

എന്നും കാണാം. അപ്പോൾ

$$\frac{1}{8}+\frac{1}{8}=\frac{2}{8}=\frac{1}{4}$$

ചിത്രം വരച്ചു നിറംകൊടുത്തും ഇതു കാണാം:



പകുതിയും പകുതിയുടെ പകുതിയും

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1$$

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=1$$

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{16}=1$$

....

....

....

ഏതാനും ചില വരികൾ കൂടി എഴുതിനോക്കൂ.

വട്ടത്തിന്റെ $\frac{1}{8}$ ഭാഗവും $\frac{3}{8}$ ഭാഗവും ചേർത്തുവച്ചാൽ എത്ര ഭാഗമാകും?

8 സമഭാഗങ്ങളാക്കിയതിൽ $1 + 3 = 4$ ഭാഗങ്ങളാണ് ആകെ എടുത്തിരിക്കുന്നത്.

അതായത് $\frac{4}{8}$ ഇതിലെ ഛേദവും അംശവും ചെറുതാക്കാമല്ലോ:

$$\frac{1}{8}+\frac{3}{8}=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$$

വട്ടത്തിന്റെ ഭാഗങ്ങൾക്ക് നിറം കൊടുത്ത്, ഈ തുകയുടെ ചിത്രം വരച്ചുനോക്കൂ.

നീളമുള്ള ഒരു നാടയെടുത്ത് അതിൽ 9 സമഭാഗങ്ങൾ അടയാളപ്പെടുത്തുക:

ഇതിൽ 2 ഭാഗങ്ങൾക്ക് നിറം കൊടുക്കുക:

ഇനി 4 ഭാഗങ്ങൾക്കു കൂടി നിറം കൊടുക്കുക:

ഇപ്പോൾ 2 + 4 = 6 എണ്ണത്തിന് നിറമായി.

മറ്റൊരു രീതിയിൽപ്പറയാം: ആദ്യം നിറം കൊടുത്തത്, നാടയുടെ $\frac{2}{9}$ ഭാഗം; രണ്ടാമത് നിറം കൊടുത്തത്, നാടയുടെ $\frac{4}{9}$ ഭാഗം; ആകെ നിറം കൊടുത്തത് $\frac{6}{9}$ ഭാഗം.

ഇത് ഭിന്നസംഖ്യകളുടെ തുകയായി എഴുതാം:

$$\frac{2}{9} + \frac{4}{9} = \frac{6}{9}$$

ഇതിൽ $\frac{6}{9}$ നെ ലഘുരൂപത്തിൽ എഴുതാമല്ലോ

$$\frac{6}{9} = \frac{2 \times 3}{3 \times 3} = \frac{2}{3}$$

അതായത്,

$$\frac{2}{9} + \frac{4}{9} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

ഈ ചിത്രം നോക്കൂ:

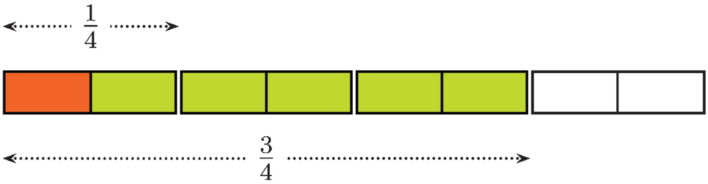
ചുവന്ന നിറം കൊടുത്തിരിക്കുന്നത് ചിത്രത്തിന്റെ എത്ര ഭാഗത്തിനാണ്?

പച്ച നിറമോ?

ആകെ നിറം കൊടുത്തിരിക്കുന്നത് എത്ര ഭാഗത്തിനാണ്?

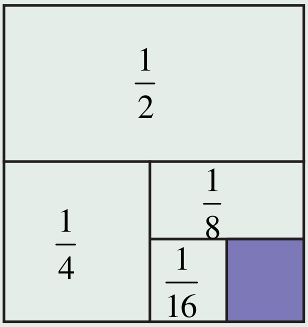
ഇതിൽ നിന്നു കിട്ടുന്ന ഭിന്നസംഖ്യകളുടെ തുക എന്താണ്?

$$\frac{1}{8} + \frac{5}{8} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

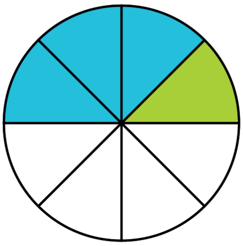


തുക ജ്യാമിതീയമായി

ചിത്രത്തിൽ ഒരു സമചതുരത്തെ വിവിധ ഭാഗങ്ങളാക്കുന്നത് കണ്ടല്ലോ. ഷെയ്ഡ് ചെയ്യാത്തത് വലിയ സമചതുരത്തിന്റെ എത്ര ഭാഗമാണ്? ചിത്രത്തിൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്ന ഭിന്നസംഖ്യകൾ കൂട്ടി നോക്കാതെ ഉത്തരം കണ്ടെത്താമോ?



ഇതുപോലെ ചുവടെയുള്ള ഓരോ ചിത്രത്തിലും വ്യത്യസ്ത നിറം കൊടുത്ത ഭാഗങ്ങളും ആകെ നിറം കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ഭാഗവും ഭിന്നസംഖ്യകളായി എഴുതുക. ഓരോ ചിത്രത്തിൽ നിന്നും കിട്ടുന്ന ഭിന്നസംഖ്യകളുടെ തുക ലഘുരൂപത്തിൽ എഴുതുക:

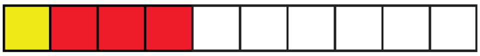


നിറം $\square$ ഭാഗം

നിറം $\square$ ഭാഗം

ആകെ $\square$ ഭാഗം

$\square + \square = \square = \square$

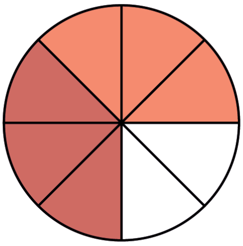


നിറം $\square$ ഭാഗം

നിറം $\square$ ഭാഗം

ആകെ $\square$ ഭാഗം

$\square + \square = \square = \square$

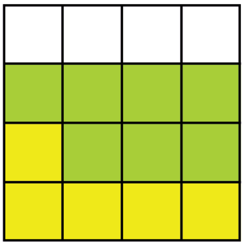


നിറം $\square$ ഭാഗം

നിറം $\square$ ഭാഗം

ആകെ $\square$ ഭാഗം

$\square + \square = \square = \square$



നിറം $\square$ ഭാഗം

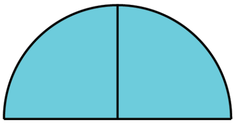
നിറം $\square$ ഭാഗം

ആകെ $\square$ ഭാഗം

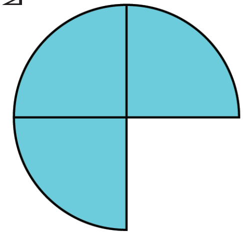
$\square + \square = \square = \square$

ഭിന്ന സങ്കലനം

ഒരു വട്ടത്തെ നാലു സമഭാഗങ്ങളാക്കി, അതിൽ രണ്ടു കഷണങ്ങൾ ചേർത്തുവച്ചാൽ പകുതി വട്ടം കിട്ടും:



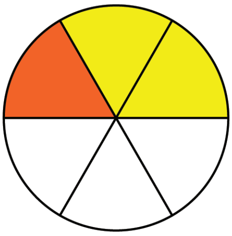
ഒരു കഷണംകൂടി ചേർത്തു വച്ചാലോ?



മുക്കാൽ വട്ടമായി. അതായത്, അരയും കാലും ചേർന്നാൽ മുക്കാൽ:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

ഇനി ഈ ചിത്രം നോക്കുക:



വട്ടത്തിനെ 6 സമഭാഗങ്ങളാക്കി, അതിൽ 2 എണ്ണത്തിന് മഞ്ഞ നിറവും 1 എണ്ണത്തിന് ചുവപ്പു നിറവും കൊടുത്തിരിക്കുന്നു. ആകെ നിറം കൊടുത്തത് 1 + 2 ഭാഗം. ഇക്കാര്യം ഭിന്നസംഖ്യകളുടെ തുകയായി എങ്ങനെ എഴുതാം?

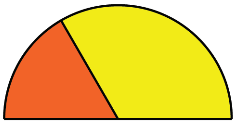
$$\frac{2}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6}$$

ഇതിൽ

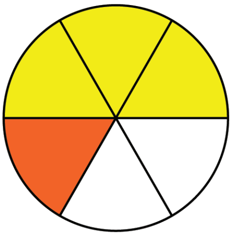
$$\frac{2}{6} = \frac{1}{3}, \quad \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

എന്നിങ്ങനെ ലഘുരൂപത്തിൽ എഴുതാമല്ലോ. അപ്പോൾ

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$$



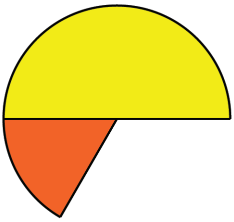
ചുവടെയുള്ള ചിത്രത്തിൽ നിന്നു കിട്ടുന്ന തുകയെന്താണ്?



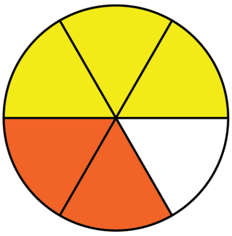
$$\frac{3}{6} + \frac{1}{6} = \frac{4}{6}$$

$\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ എന്നും, $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ എന്നു ലഘൂകരിച്ചാൽ ഇത് ഇങ്ങനെ എഴുതാം:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{6} = \frac{2}{3}$$



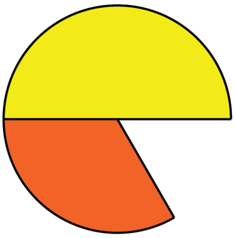
ചിത്രം ഇങ്ങനെ ആയാലോ?



$$\frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$$

$\frac{3}{6}, \frac{2}{6}$ എന്നിവയെ ലഘുരൂപത്തിലെഴുതിയാൽ, ഇത് ഇങ്ങനെയാകും

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$$



ഇനി വട്ടത്തിന്റെ $\frac{1}{4}$ ഭാഗവും, $\frac{3}{8}$ ഭാഗവും ചേർത്തുവച്ചാൽ എത്ര ഭാഗമാവുമെന്ന് ചിത്രം വരയ്ക്കാതെ ആലോചിച്ചു നോക്കാം:

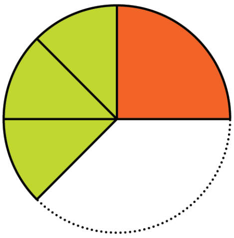
കഷണങ്ങളെല്ലാം ഒരേ പോലെയാണെങ്കിൽ എളുപ്പം കൂട്ടിയെടുക്കാം. ഇതിലെ ഒരു കഷണമായ $\frac{1}{4}$ ഭാഗം, 8 സമഭാഗങ്ങളിൽ 2 എണ്ണം ചേർന്നതായി കണ്ടാലോ?

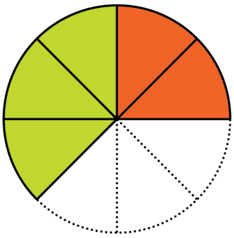
$\frac{3}{8}$ എന്നത് ഇത്തരം 3 ഭാഗങ്ങൾ ചേർന്നതാണ്.

അപ്പോൾ 8 സമഭാഗങ്ങളാക്കിയതിൽ ആകെ $2 + 3 = 5$ ഭാഗം; അതായത് $\frac{5}{8}$.

$$\frac{1}{4} + \frac{3}{8} = \frac{2}{8} + \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$$

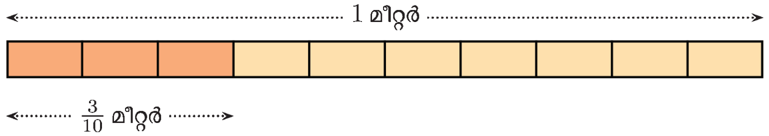
ഈ ആശയം ചിത്രം വരച്ചു നോക്കാം:

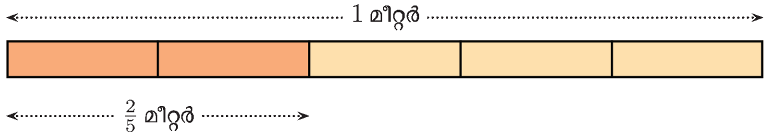




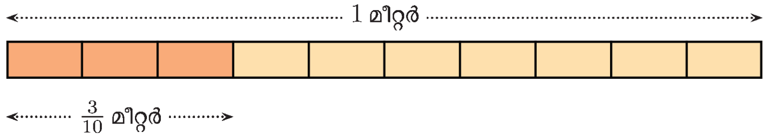
മറ്റൊരു കണക്ക്: $\frac{3}{10}$ മീറ്റർ നീളമുള്ള ഒരു നാടയും $\frac{2}{5}$ മീറ്റർ നീളമുള്ള ഒരു നാടയും അറ്റത്തോടറ്റം ചേർത്തു വച്ചാൽ, ആകെ എത്ര മീറ്റർ ആകും?

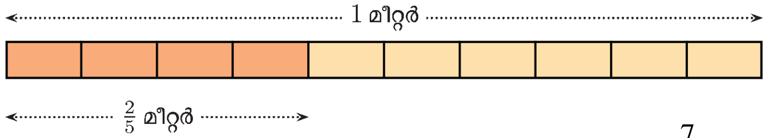
$\frac{3}{10}$ മീറ്ററിനെ, ഒരു മീറ്ററിന്റെ 10 സമഭാഗങ്ങളിൽ 3 എണ്ണമെന്നും, $\frac{2}{5}$ മീറ്ററിനെ, ഒരു മീറ്ററിന്റെ 5 സമഭാഗങ്ങളിൽ 2 എണ്ണമെന്നും എടുത്താൽ, ഈ ഭാഗങ്ങളെല്ലാം ഒരു പോലെയല്ല.





$\frac{2}{5}$ മീറ്ററിനെ, ഒരു മീറ്ററിന്റെ 10 സമഭാഗങ്ങളിൽ 4 എണ്ണം എന്നും എടുക്കാമല്ലോ:





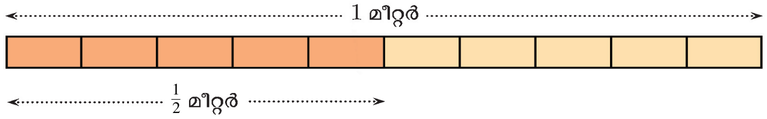
അപ്പോൾ ആകെ ഇത്തരം 4 + 3 = 7 സമഭാഗങ്ങളായി. അതായത് $\frac{7}{10}$ മീറ്റർ

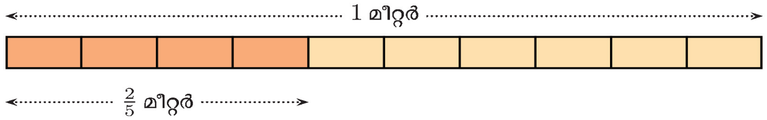
$\frac{3}{10} + \frac{2}{5} = \frac{3}{10} + \frac{4}{10} = \frac{7}{10}$

$\frac{1}{2}$ മീറ്ററും $\frac{2}{5}$ മീറ്ററുമാണ് ചേർത്തുവയ്ക്കുന്നതെങ്കിലോ?

$\frac{2}{5}$ മീറ്ററിനെ, ഒരു മീറ്ററിന്റെ 10 സമഭാഗങ്ങളിൽ 4 എണ്ണം എന്നെഴുതാം; $\frac{1}{2}$ മീറ്ററിനെയോ?

ഒരു മീറ്ററിന്റെ 10 സമഭാഗങ്ങളിൽ 5 എണ്ണം എടുത്താൽ $\frac{1}{2}$ മീറ്ററാകുമല്ലോ. അപ്പോൾ ഇത്തരം ഭാഗങ്ങൾ ആകെ 4 + 5 = 9 എണ്ണം; അതായത് $\frac{9}{10}$ മീറ്റർ





$$\frac{1}{2} + \frac{2}{5} = \frac{5}{10} + \frac{4}{10} = \frac{9}{10}$$

ഇവിടെയെല്ലാം നാം കാണുന്ന പൊതുവായ രീതി എന്താണ്?

രണ്ടു ഭിന്നങ്ങളുടെ തുക കണക്കാക്കാൻ, അവയെ ഒരേ ഛേദമായ രൂപത്തിലാക്കണം.

ഇതനുസരിച്ച്, $\frac{1}{3} + \frac{2}{5}$ എങ്ങനെ കണക്കാക്കും?

ആദ്യം ഇവയെ ഒരേ ഛേദമായ രൂപത്തിലാക്കണം.

$\frac{1}{3}$ വിവിധ രൂപങ്ങളിലെല്ലാം, ഛേദം 3 ന്റെ ഗുണിതങ്ങളാണ്

$\frac{2}{5}$ ന്റെ രൂപങ്ങളിലെല്ലാം, ഛേദം 5 ന്റെ ഗുണിതങ്ങളും

അപ്പോൾ ഒരേ ഛേദമാക്കുന്നത്, 3 ന്റെയും 5 ന്റെയും ഗുണിതമാകണം.

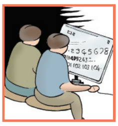
അതിന് $3 \times 5 = 15$ എടുത്താൽ മതിയല്ലോ.

$$\frac{1}{3} = \frac{1 \times 5}{3 \times 5} = \frac{5}{15}$$

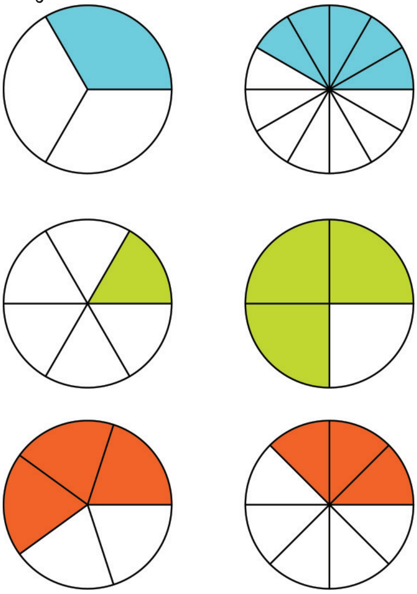
$$\frac{2}{5} = \frac{2 \times 3}{5 \times 3} = \frac{6}{15}$$

ഇനി തുക കണ്ടുപിടിക്കാം:

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{5} = \frac{5}{15} + \frac{6}{15} = \frac{11}{15}$$



- ചുവടെയുള്ള ചിത്രങ്ങളിലെല്ലാം രണ്ടു വട്ടങ്ങളിലേയും നിറംകൊടുത്ത ഭാഗങ്ങൾ വെട്ടിയെടുത്ത് ചേർത്തുവച്ചാൽ, ഒരു വട്ടത്തിന്റെ എത്ര ഭാഗം കിട്ടുമെന്ന് കണക്കാക്കുക:



$\square + \square = \square + \square = \square = \square$

$\square + \square = \square + \square = \square = \square$

$\square + \square = \square + \square = \square = \square$

- ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന തുകകൾ കണക്കാക്കുക:

• $\frac{1}{4}+\frac{1}{8}$ • $\frac{2}{3}+\frac{1}{6}$ • $\frac{2}{3}+\frac{1}{4}$ • $\frac{1}{8}+\frac{5}{6}$

മറ്റു ചില കൂട്ടലുകൾ

ഒരു പാത്രത്തിൽ മുക്കാൽ ലിറ്റർ പാലുണ്ട്; അതിൽ അര ലിറ്റർ പാൽ കൂടി ഒഴിച്ചാൽ, ആകെ എത്ര ലിറ്ററായി?

അര ലിറ്റർ ഒഴിച്ചത്, കാൽ ലിറ്റർ വീതം രണ്ടു തവണയായിട്ടാണെന്നു കരുതുക. ആദ്യത്തെ കാൽ ലിറ്റർ ഒഴിച്ചപ്പോൾ ഒരു ലിറ്ററായി (മുക്കാലും കാലും). വീണ്ടും കാൽ ലിറ്റർ ഒഴിച്ചപ്പോഴോ?

ഒന്നേകാൽ ലിറ്റർ

ഇത് ഭിന്ന സംഖ്യകളുടെ തുകയായി എഴുതിയാലോ?

$$\frac{3}{4}+\frac{1}{2}=\frac{3}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=1+\frac{1}{4}=1\frac{1}{4}$$

നേരത്തെ ഛേദം തുല്യമാക്കി കൂട്ടിയതുപോലെ ഇതു ചെയ്താലോ?

$$\frac{3}{4}+\frac{1}{2}=\frac{3}{4}+\frac{2}{4}=\frac{5}{4}$$

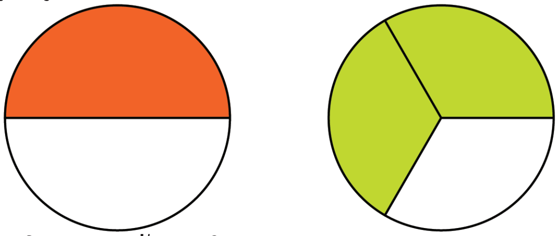
$\frac{5}{4}$ എന്നത്, $1\frac{1}{4}$ ന്റെ മറ്റൊരു രൂപമാണെന്ന് നേരത്തെ കണ്ടിട്ടുണ്ടല്ലോ. അപ്പോൾ എങ്ങനെ കൂട്ടിയാലും ശരിയാണ്.

മുക്കാൽ ലിറ്ററിന്റെ കൂടെ മുക്കാൽ ലിറ്റർ തന്നെ ചേർത്താലോ?

മുക്കാലും കാലും ഒന്ന്; ഇനി ചേർക്കേണ്ടത് അര; ആകെ ഒന്നര ലിറ്റർ

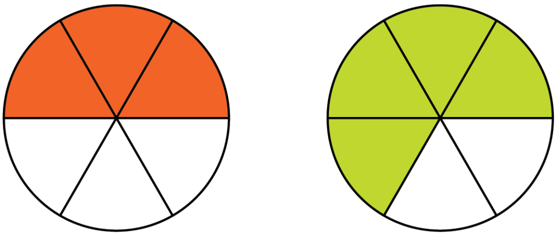
$$\frac{3}{4}+\frac{3}{4}=\frac{3}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{2}=1+\frac{1}{2}=1\frac{1}{2}$$

ഒരേ വലുപ്പത്തിലുള്ള രണ്ടു വട്ടങ്ങൾ വരച്ച്, ഒന്നിന്റെ പകുതിയും മറ്റൊന്നിന്റെ മൂന്നിൽ രണ്ടു ഭാഗവും നിറം കൊടുക്കുക.

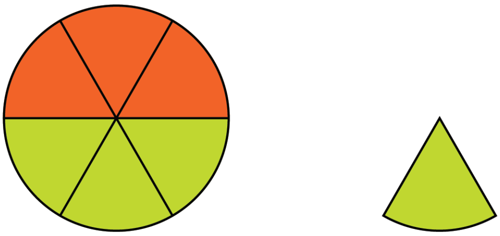


നിറംകൊടുത്ത ഭാഗങ്ങൾ മുറിച്ചെടുത്ത് ചേർത്തുവച്ചാലോ? ഒരു വട്ടത്തിനേക്കാൾ കൂടുതലല്ലേ?

ഇങ്ങനെ മുറിച്ചാലോ?



കഷണങ്ങൾ ചേർത്തു വച്ച് ഒരു മുഴുവൻ വട്ടവും ബാക്കി ഒരു ഭാഗവുമായി മാറ്റാമല്ലോ.



ഇതിന്റെ കണക്ക് എഴുതിനോക്കാം:

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{3} = \frac{3}{6} + \frac{4}{6} = \frac{7}{6} = 1\frac{1}{6}$$

വേറൊരു കണക്ക്: അനൂപിനും അച്ഛനും ഷർട്ടിന് തുണി വാങ്ങണം. അനൂപിന് ഒന്നര മീറ്ററും, അച്ഛന് രണ്ടേകാൽ മീറ്ററും. ഒരേയിനം തുണി വാങ്ങുകയാണെങ്കിൽ ആകെ എത്ര മീറ്റർ വാങ്ങണം?

ഒന്നും രണ്ടും മൂന്ന്, അരയും കാലും മുക്കാൽ; ആകെ മൂന്നേ മുക്കാൽ മീറ്റർ എന്നു കണക്കു കൂട്ടാം; അതായത്.

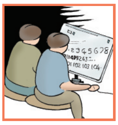
$$1\frac{1}{2} + 2\frac{1}{4} = \left(1 + \frac{1}{2}\right) + \left(2 + \frac{1}{4}\right) = (1 + 2) + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right) = 3 + \frac{3}{4} = 3\frac{3}{4}$$

മറ്റൊരു രീതിയിലും കൂട്ടാം.

$$1\frac{1}{2} = \frac{3}{2} \qquad 2\frac{1}{4} = \frac{9}{4}$$

എന്നും എഴുതിയാൽ

$$1\frac{1}{2} + 2\frac{1}{4} = \frac{3}{2} + \frac{9}{4} = \frac{6}{4} + \frac{9}{4} = \frac{15}{4} = \frac{(3\times4)+3}{4} = 3 + \frac{3}{4} = 3\frac{3}{4}$$



- ഒരു പാത്രത്തിൽ ഒന്നര ലിറ്റർ പാലും മറ്റൊരു പാത്രത്തിൽ രണ്ടേകാൽ ലിറ്റർ പാലുമുണ്ട്. രണ്ടു പാത്രത്തിലും കൂടി ആകെ എത്ര ലിറ്റർ പാലുണ്ട്?
- ഒന്നര മീറ്റർ നീളമുള്ള രണ്ടു ചരടുകൾ അറ്റത്തോടറ്റം ചേർത്തു വച്ചാൽ ആകെ എത്ര നീളമായി?
- സരള ഒന്നര കിലോഗ്രാം പയറും മുക്കാൽ കിലോഗ്രാം ചേനയും വാങ്ങി. ആകെ ഭാരം എത്രയാണ്?
- ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന തുകകൾ കണക്കാക്കുക.

  - $\frac{5}{6} + \frac{1}{3}$
  - $\frac{7}{8} + \frac{1}{4}$
  - $\frac{3}{4} + \frac{1}{3}$
  - $\frac{5}{6} + \frac{1}{4}$
  - $2\frac{1}{3} + 3\frac{1}{2}$

കുറയ്ക്കുന്നതെങ്ങനെ?

മുക്കാൽ മീറ്റർ നീളമുള്ള ഒരു കമ്പിയിൽ നിന്ന് കാൽ മീറ്റർ മുറിച്ചുമാറ്റിയാൽ, മിച്ചമുള്ള കമ്പിയുടെ നീളം എത്രയാണ്?

മുക്കാൽ മീറ്റർ എന്നത് അര മീറ്ററും കാൽ മീറ്ററും ചേർന്നതാണല്ലോ; അതിൽ നിന്ന് കാൽ മീറ്റർ മാറ്റിയാൽ ബാക്കി അര മീറ്റർ. ഇത് ഇങ്ങനെ എഴുതാം.

$$\frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

ഭിന്നസംഖ്യകൾ കൂട്ടിയതുപോലെതന്നെ ഈ കുറയ്ക്കലും ചെയ്യാം:

$$\frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{3-1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

മുക്കാൽ മീറ്റർ കമ്പിയിൽ നിന്ന് അര മീറ്ററാണ് മുറിച്ചു മാറ്റുന്നതെങ്കിൽ, മിച്ചം കാൽ മീറ്റർ

$$\frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

തുകകളുടെ കാര്യത്തിലെന്നപോലെ ഇതും ഛേദം തുല്യമാക്കി ചെയ്യാം:

$$\frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{3}{4} - \frac{2}{4} = \frac{3-2}{4} = \frac{1}{4}$$

അര മീറ്ററിൽ നിന്ന് മൂന്നിലൊന്നു മീറ്ററാണ് മുറിച്ചുമാറ്റുന്നതെങ്കിലോ?

$\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$ കണ്ടുപിടിക്കണം. ഛേദങ്ങൾ തുല്യമാക്കി ചെയ്തുനോക്കാം:

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{3}{6} - \frac{2}{6} = \frac{3-2}{6} = \frac{1}{6}$$

അതായത്, മിച്ചമുള്ളത് $\frac{1}{6}$ മീറ്റർ

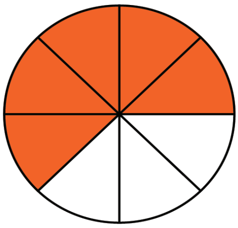
ഒരു ലിറ്റർ പാലിൽനിന്ന് കാൽ ലിറ്റർ പാൽ എടുത്തു. ബാക്കി എത്ര ലിറ്ററുണ്ട്?

കാലും മുക്കാലും ചേർന്നതാണല്ലോ ഒന്ന്; അപ്പോൾ ബാക്കി മുക്കാൽ ലിറ്റർ. ഇത് എങ്ങനെ എഴുതും?

$$1 - \frac{1}{4} = \left(\frac{1}{4} + \frac{3}{4}\right) - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

ഇങ്ങനെയും ചെയ്യാം: $1 - \frac{1}{4} = \frac{4}{4} - \frac{1}{4} = \frac{4-1}{4} = \frac{3}{4}$

ഈ ചിത്രം നോക്കൂ:



ഓരോ ചതുരത്തിലും 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 എന്നീ അക്കങ്ങളിലെ ഓരോ അക്കം വീതം ചതുരങ്ങളിൽ എഴുതിനോക്കൂ. ഇങ്ങനെ എത്ര വ്യത്യസ്ത രീതികളിൽ എഴുതാം? ചതുരത്തിലെ അക്കങ്ങൾ ആവർത്തിക്കാതെ എത്ര രീതികളിൽ എഴുതാം?

$$\frac{\square}{\square} + \frac{\square}{\square} = 1$$

വട്ടത്തിന്റെ എത്ര ഭാഗത്തിന് നിറം കൊടുത്തു?

എത്ര ഭാഗത്തിനുകൂടി നിറം കൊടുക്കാനുണ്ട്?

നിറം കൊടുക്കാനുള്ള ഭാഗത്തിന്റെ കണക്ക് ഇങ്ങനെ എഴുതാം: $1-\frac{5}{8}=\frac{3}{8}$

ഇത് ഇങ്ങനെയും കണക്കാക്കാം : $1-\frac{5}{8}=\frac{8}{8}-\frac{5}{8}=\frac{8-5}{8}=\frac{3}{8}$

മറ്റൊരു കണക്ക്: രണ്ടര കിലോഗ്രാം ചേനയിൽ നിന്ന് ഒന്നേകാൽ കിലോഗ്രാം ഉള്ള കഷണം വെട്ടി മാറ്റി; മിച്ചം എത്ര കിലോഗ്രാമുണ്ട്?

രണ്ടു കിലോഗ്രാമിൽ നിന്ന് ഒരു കിലോഗ്രാം പോയാൽ ഒരു കിലോഗ്രാം; അര കിലോഗ്രാമിൽ നിന്ന് കാൽ കിലോഗ്രാം പോയാൽ കാൽ കിലോഗ്രാം; അപ്പോൾ മിച്ചമുള്ളത് ഒന്നേകാൽ കിലോഗ്രാം എന്നു മനക്കണക്കായി ചെയ്യാം.

ഇത് ഇങ്ങനെ എഴുതാം:

$$2\frac{1}{2}-1\frac{1}{4}=\left(2+\frac{1}{2}\right)-\left(1+\frac{1}{4}\right)=(2-1)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\right)=1\frac{1}{4}$$

മറ്റൊരു രീതിയിലും കണക്കാക്കാം:

$$2\frac{1}{2}=2+\frac{1}{2}=\frac{4}{2}+\frac{1}{2}=\frac{5}{2}$$

എന്നും

$$1\frac{1}{4}=1+\frac{1}{4}=\frac{4}{4}+\frac{1}{4}=\frac{5}{4}$$

എന്നും എഴുതാമല്ലോ; അപ്പോൾ

$$2\frac{1}{2}-1\frac{1}{4}=\frac{5}{2}-\frac{5}{4}=\frac{10}{4}-\frac{5}{4}=\frac{5}{4}=1\frac{1}{4}$$

നേരത്തെ ചെയ്ത തുണിക്കണക്കിൽ, അനൂപിന് ഒന്നര മീറ്ററും അച്ഛന് രണ്ടേകാൽ മീറ്ററുമാണല്ലോ വാങ്ങിയത്. അച്ഛന് അനൂപിനേക്കാൾ എത്ര മീറ്ററാണ് കൂടുതൽ വാങ്ങിയത്?

ഇവിടെ കാൽ മീറ്ററിൽ നിന്ന് അര മീറ്റർ കുറയ്ക്കാൻ കഴിയില്ലല്ലോ. മറ്റൊരു രീതിയിൽ ആലോചിക്കാം:

ഒന്നര മീറ്ററിനോട് അര മീറ്റർ കൂട്ടിയാൽ രണ്ടു മീറ്ററാകും; വീണ്ടും കാൽ മീറ്റർ കൂട്ടിയാൽ രണ്ടേകാൽ മീറ്റർ; ആകെ കൂട്ടിയ അരയും കാലും മുക്കാൽ. അപ്പോൾ മുക്കാൽ മീറ്ററാണ് കൂടുതൽ. അതായത്

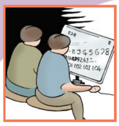
$$2\frac{1}{4}-1\frac{1}{2}=\frac{3}{4}$$

മേൽപ്പറഞ്ഞ ആശയം ഇങ്ങനെയെഴുതാം:

$$2\frac{1}{4}-1\frac{1}{2}=2+\frac{1}{4}-1\frac{1}{2}=\left(1\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\right)+\frac{1}{4}-1\frac{1}{2}=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$$

മറ്റൊരു രീതിയിലും കണക്കുകൂട്ടാം

$$2\frac{1}{4}-1\frac{1}{2}=\frac{9}{4}-\frac{3}{2}=\frac{9}{4}-\frac{6}{4}=\frac{3}{4}$$



- ഒന്നേമുക്കാൽ മീറ്റർ നീളമുള്ള ചരടിൽനിന്ന് അര മീറ്റർ മുറിച്ചുമാറ്റിയാൽ, മിച്ചമുള്ള ചരടിന്റെ നീളം എത്രയാണ്?
- മൂന്നര കിലോഗ്രാം മത്തങ്ങയിൽ നിന്ന് ഒന്നേമുക്കാൽ കിലോഗ്രാം മുറിച്ചെടുത്തു. ബാക്കിയുള്ള കഷണം എത്ര കിലോഗ്രാമാണ്?

- അനു ഒരു വട്ടം വരച്ച്, അതിന്റെ $\frac{5}{12}$ ഭാഗത്തിന് നിറം കൊടുത്തു. ഇനി എത്ര ഭാഗംകൂടി നിറം കൊടുക്കാനുണ്ട്?
- 10 ലിറ്റർ വെള്ളം കൊള്ളുന്ന ഒരു തൊട്ടിയിൽ $3\frac{3}{4}$ ലിറ്റർ വെള്ളമുണ്ട്. തൊട്ടി നിറയാൻ ഇനിയെത്ര വെള്ളം ഒഴിക്കണം?
- പഞ്ചായത്തിൽ കഴിഞ്ഞ വർഷം $14\frac{3}{4}$ കിലോമീറ്റർ റോഡ് പുതുതായി നിർമിച്ചു. ഈ വർഷം $16\frac{1}{4}$ കിലോമീറ്ററും. ഈ വർഷം എത്ര കിലോമീറ്റർ കൂടുതൽ നിർമിച്ചു?
- വിനോദ് 20 മീറ്റർ ചരട് വാങ്ങി. ഇതിൽ നിന്ന് ആദ്യം $5\frac{3}{4}$ മീറ്ററും, പിന്നീട് $6\frac{1}{2}$ മീറ്ററും മുറിച്ചെടുത്തു. ഇനിയെത്ര നീളം ബാക്കിയുണ്ട്?
- ഒരു ടാങ്കിന്റെ മൂന്നിലൊന്നു ഭാഗം വെള്ളമുണ്ട്. 100 ലിറ്റർ വെള്ളംകൂടി ഒഴിച്ചപ്പോൾ അത് പകുതി നിറഞ്ഞു. ടാങ്കിൽ ആകെ എത്ര ലിറ്റർ വെള്ളം കൊള്ളും?
- ഒരു ടാങ്കിൽ വെള്ളം നിറയ്ക്കാൻ രണ്ടു കുഴലുകളുണ്ട്. ഒന്നാമത്തെ കുഴൽ മാത്രം തുറന്നുവച്ചാൽ, 10 മിനിറ്റ് കൊണ്ട് ടാങ്ക് നിറയും. രണ്ടാമത്തെ കുഴൽ മാത്രം തുറന്നു വച്ചാൽ, ടാങ്ക് നിറയാൻ 15 മിനിറ്റ് വേണം.
  - ഒന്നാമത്തെ കുഴൽ മാത്രം തുറന്നുവച്ചാൽ, ഒരു മിനിറ്റ് കൊണ്ട് ടാങ്കിന്റെ എത്ര ഭാഗം നിറയും?
  - രണ്ടാമത്തെ കുഴൽ മാത്രം തുറന്നുവച്ചാൽ, ഒരു മിനിറ്റ് കൊണ്ട് ടാങ്കിന്റെ എത്ര ഭാഗം നിറയും?
  - രണ്ടു കുഴലുകളും തുറന്നുവച്ചാൽ, ഒരു മിനിറ്റ് കൊണ്ട് ടാങ്കിന്റെ എത്ര ഭാഗം നിറയും?
  - രണ്ടു കുഴലുകളും തുറന്നുവച്ചാൽ, എത്ര മിനിറ്റ് കൊണ്ട് ടാങ്ക് നിറയും?
- പാൽ വിതരണസംഘത്തിൽ രാവിലെ $75\frac{1}{4}$ ലിറ്ററും വൈകുന്നേരം $55\frac{1}{4}$ ലിറ്ററും കിട്ടി. ഇതിൽ $15\frac{1}{4}$ ലിറ്റർ വിറ്റു. ഇനിയെത്ര ലിറ്റർ മിച്ചമുണ്ട്?

തിരിഞ്ഞുനോക്കുമ്പോൾ

പഠനനേട്ടങ്ങൾ	എനിക്ക് കഴിയും	ടീച്ചറുടെ സഹായത്തോടെ കഴിയും	ഇനിയും മെച്ചപ്പെടേണ്ടതുണ്ട്
• ഒരു ഭിന്നസംഖ്യയുടെ പല പല രൂപങ്ങൾ കണ്ടെത്താൻ കഴിയുന്നു.			
• ഒരു ഭിന്നസംഖ്യയുടെ പല പല രൂപങ്ങൾ കണ്ടെത്താൻ മാർഗം രൂപീകരിക്കുകയും വിശദീകരിക്കുകയും ചെയ്യുന്നു.			
• ഒരു ഭിന്നസംഖ്യയുടെ ലഘുരൂപം കണ്ടെത്താൻ കഴിയുന്നു.			
• ഭിന്നസംഖ്യകളുടെ തുക ചിത്രത്തിലും പ്രായോഗിക സന്ദർഭങ്ങളിലും വിശദീകരിക്കാൻ കഴിയുന്നു.			
• വ്യത്യസ്ത ഛേദമുള്ള ഭിന്നസംഖ്യകളെ ഛേദം ഒരുപോലെയാക്കി തുക കാണുന്നതിനും പ്രായോഗിക പ്രശ്നങ്ങൾ പരിഹരിക്കുന്നതിനും കഴിയുന്നു.			
• ഛേദം ഒരുപോലെയാക്കി ഭിന്നസംഖ്യകളുടെ വ്യത്യാസം കാണുന്നതിനും പ്രായോഗിക പ്രശ്നങ്ങൾ പരിഹരിക്കുന്നതിനും കഴിയുന്നു.			

9

ചിത്രങ്ങൾ വായിക്കാം

ക്വിസ് മത്സരം

ഗണിത ക്ലബ്ബ് സംഘടിപ്പിച്ച ക്വിസ് മത്സരത്തിൽ പങ്കെടുത്ത ടീമുകൾക്ക് കിട്ടിയ പോയിന്റു കൾ ക്വിസ് മാസ്റ്റർ രേഖപ്പെടുത്തുന്നത് കല്യാണി കൗതുകത്തോടെ നോക്കിയിരുന്നു.

"ഓരോ ടീമിനോടും ചോദിക്കുന്ന ചോദ്യത്തിന് അവർ ശരിയുത്തരം പറയുകയാണെ ങ്കിൽ അവർക്ക് നക്ഷത്രചിഹ്നവും (★) ഉത്തരം അറിയാത്ത ചോദ്യം അടുത്ത ടീമിന് കൈമാറി ആ ടീം ഉത്തരം പറയുകയാണെങ്കിൽ ത്രികോണചിഹ്നവും (▲) നൽകുന്നു."

"ഈ വിദ്യ കൊള്ളാമല്ലോ" - കല്യാണി ചിന്തി ച്ചു.

മത്സരത്തിന്റെ അവസാനമുള്ള സ്കോർ ബോർഡ് നോക്കൂ.

ടീം	പോയിന്റ്	ആകെ സ്കോർ
A	★ ★ ★ ★ ▲ ▲ ▲ ▲	
B	★ ★ ★ ▲ ▲	
C	★ ★ ★ ★ ★ ▲ ▲ ▲	
D	★ ★ ▲ ▲ ▲	

ഈ മത്സരത്തിൽ ആരാണ് വിജയിച്ചത്? കല്യാ ണിക്ക് ഒന്നും പിടികിട്ടിയില്ല.

"★ ന് 10 പോയിന്റും ▲ ന് 5 പോയിന്റും കിട്ടും"- ക്വിസ് മാസ്റ്റർ പറഞ്ഞു.

"സർ, ആകെ കിട്ടിയ പോയിന്റ് ഞാൻ പറയാം"- കല്യാണി ചാടിയെഴുന്നേറ്റു.

ഓരോ ടീമിനും കിട്ടിയ ആകെ സ്കോർ കല്യാണി കണ്ടെത്തിയത് എങ്ങനെയാണ്?

ടീം A യ്ക്ക് 4 ★ ഉം 4 ▲ ഉം ആണ് ലഭിച്ചത്.

4 ★ ന് ലഭിച്ച സ്കോർ = $4 \times 10 = 40$

4 ▲ ന് ലഭിച്ച സ്കോർ = $4 \times 5 = 20$

ടാലി അടയാളം

പണ്ട് വരകൾ ഉപയോഗിച്ച് എണ്ണം രേഖപ്പെടുത്തിയിരുന്നു.

| - 1

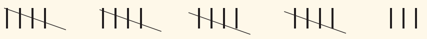
|| - 2

||| - 3

|||| - 4

||||| - 5

സംഖ്യകൾ വലുതാകുമ്പോൾ തിരിച്ച റിയാനും എളുപ്പത്തിൽ എണ്ണാനും അഞ്ചിന്റെ കൂട്ടങ്ങളാക്കി മാറ്റാം. ഉദാ ഹരണമായി 23 ഇങ്ങനെ എഴുതാം.



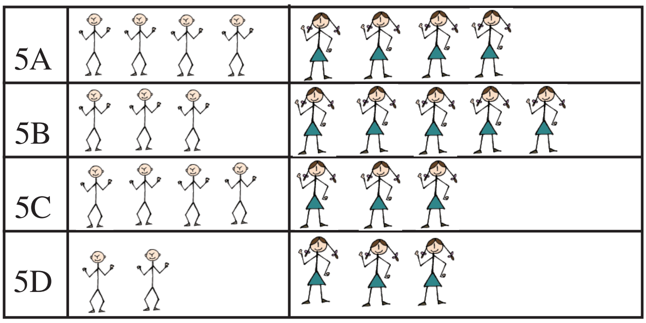
ക്വിസ് മത്സരങ്ങളിൽ ഈ രീതിയിൽ പോയിന്റുകൾ രേഖപ്പെടുത്തുന്നത് നിങ്ങൾ ശ്രദ്ധിച്ചിട്ടുണ്ടാകുമല്ലോ. ഇതുപോലെ വരകൾ ഉപയോഗിച്ച് രേഖപ്പെടുത്തുന്നതാണ് ടാലി അട യാളം (Tally Marks).

ടീം A യ്ക്ക് ലഭിച്ച ആകെ സ്കോർ = $40 + 20 = 60$

ഇതുപോലെ മറ്റു ടീമുകൾക്കു ലഭിച്ച സ്കോർ കണ്ടെത്തിനോക്കൂ. ക്വിസ് മത്സരത്തിൽ വിജയിച്ച ടീം ഏത്? [ ]

അഞ്ചാം ക്ലാസിൽ എത്ര കുട്ടികൾ?

ഒരു സ്കൂളിലെ അഞ്ചാം ക്ലാസിലെ കുട്ടികളുടെ എണ്ണം ഡിവിഷൻ തിരിച്ച് ചിത്രീകരിച്ചിരിക്കുന്നതു നോക്കൂ.

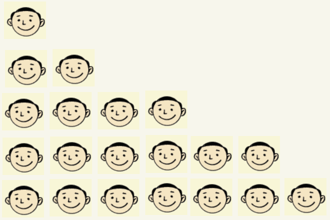


- 5 ആൺകുട്ടികൾ

- 5 പെൺകുട്ടികൾ

ചിത്രവിവരണം

വിവിധ വർഷങ്ങളിലെ ലോകജനസം ഖ്യയാണ് ഈ ചിത്രത്തിൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നത്



ഇതിൽ ഒരു മനുഷ്യന്റെ ചിത്രം കൊണ്ട് നൂറു കോടി മനുഷ്യരുടെ എണ്ണം സൂചിപ്പിക്കുന്നു. ഇങ്ങനെ ചെയ്യുന്നതുകൊണ്ട് താരതമ്യം കുറേക്കൂടി എളുപ്പമാകുന്നു.

ഏതു ക്ലാസിലാണ് പെൺകുട്ടികൾ കൂടുതലുള്ളത്? ആ ക്ലാസിൽ എത്ര പെൺകുട്ടികൾ ഉണ്ട്?

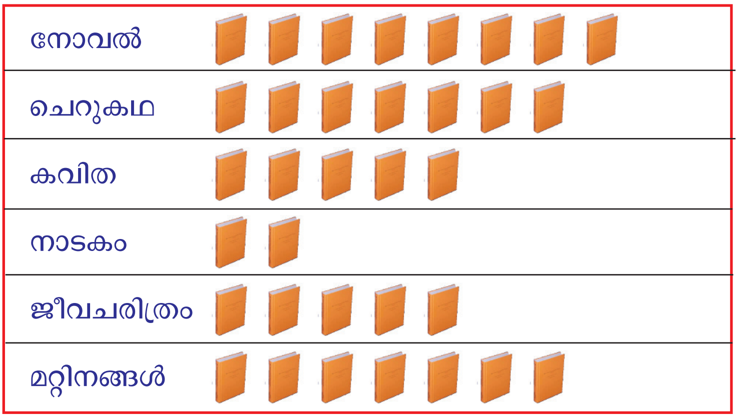
5C ഡിവിഷനിൽ എത്ര ആൺകുട്ടികളുണ്ട്? എത്ര പെൺകുട്ടികളുണ്ട്?

ഓരോ ഡിവിഷനിലും എത്ര കുട്ടികൾ ഉണ്ട്?

ആൺകുട്ടികളുടെ ആകെ എണ്ണത്തേക്കാൾ എത്ര കൂടുതലാണ് പെൺകുട്ടികളുടെ ആകെ എണ്ണം?

സ്കൂൾ ലൈബ്രറി

പഞ്ചായത്ത് യു.പി. സ്കൂളിലെ ലൈബ്രറിപുസ്തകങ്ങളുടെ എണ്ണം സൂചിപ്പിക്കുന്ന ബോർഡ് നോക്കൂ.



- 100 പുസ്തകങ്ങൾ

ഏതു വിഭാഗത്തിലാണ് ഏറ്റവും കൂടുതൽ പുസ്തകങ്ങൾ ഉള്ളത്?

ലൈബ്രറിയിൽ ആകെ എത്ര പുസ്തകങ്ങൾ ഉണ്ട്?

എത്ര കാറുകൾ?

ഒരു കമ്പനി 2010 മുതൽ 2013 വരെ നിർമിച്ച കാറുകളുടെ എണ്ണം ചിത്രീകരിച്ചിരിക്കുന്നതു നോക്കൂ.

2010	
2011	
2012	
2013	

-10000 കാറുകൾ

ഏറ്റവും കൂടുതൽ കാർ നിർമിച്ച വർഷം ഏത്? ആ വർഷം നിർമിച്ച കാറുകളുടെ എണ്ണം എത്ര?

2011നേക്കാൾ എത്ര കൂടുതലാണ് 2013-ൽ നിർമിച്ച കാറുകളുടെ എണ്ണം?

ഈ സന്ദർഭങ്ങളിലെല്ലാം സംഖ്യാപരമായ വിവരങ്ങളെ ഉചിതമായ ചിത്രങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ചാണ് സൂചിപ്പിച്ചിരിക്കുന്നത്. ഇത്തരത്തിൽ സംഖ്യാപരമായ വിവരങ്ങൾ ചിത്രങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് രേഖപ്പെടുത്തുന്ന രീതിയാണ് പിക്ടോഗ്രാഫ് (Pictograph) അഥവാ പിക്ടോഗ്രാം (Pictogram). വലിയ സംഖ്യകൾ ഉൾപ്പെടുന്ന വിവരങ്ങൾ പിക്ടോഗ്രാമിൽ സൂചിപ്പിക്കുന്നത് സൗകര്യപ്രദമാണ്. സംഖ്യാപരമായ വിവരങ്ങൾ താരതമ്യം ചെയ്യുന്നതിനും ഈ രീതി എളുപ്പമാവും.

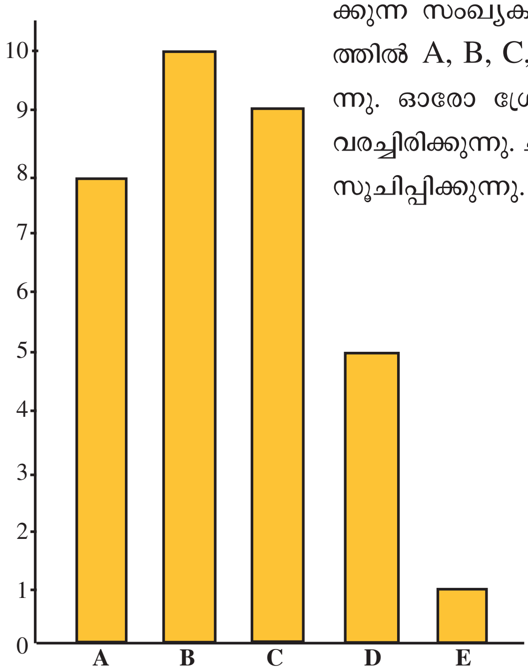
കയറും കണക്കും

കയറിൽ കെട്ടുകളിട്ട് എണ്ണം അടയാളപ്പെടുത്തുന്ന രീതി പണ്ട് പല നാടുകളിലും ഉണ്ടായിരുന്നു. ഉദാഹരണമായി, നമ്മുടെ നാട്ടിൽ പല സ്ഥലങ്ങളിലും തേങ്ങ എണ്ണിയെടുക്കുമ്പോൾ നൂറ് തേങ്ങയ്ക്ക് ഒരു കെട്ട് എന്ന തോതിൽ കയറിൽ അടയാളപ്പെടുത്തുക പതിവുണ്ട്.

സംഖ്യാപരമായ വളരെയധികം വിവരങ്ങൾ പല പല ചരടുകളിലാക്കി ഒന്നിച്ച് കെട്ടി സൂക്ഷിക്കുന്ന രീതി, 13-ാം നൂറ്റാണ്ടിൽ തെക്കേ അമേരിക്കയിൽ ജീവിച്ചിരുന്ന ഇൻകാ വംശക്കാർ നടപ്പിലാക്കിയിരുന്നു. ഖീപു എന്നാണ് ഇത്തരം ചരടുകളുടെ പേര്.

മറ്റൊരു ചിത്രീകരണം

ഒരു ക്ലാസിൽ അർധവാർഷിക പരീക്ഷയ്ക്ക് ഗണിതത്തിൽ വിവിധ ഗ്രേഡ് ലഭിച്ച കുട്ടികളുടെ എണ്ണമാണ് ചിത്രത്തിൽ കൊടുത്തിരിക്കുന്നത്. കുത്തനെയുള്ള വരയിൽ നിശ്ചിത അകലത്തിൽ 1, 2, 3, 4, ... എന്നിങ്ങനെ അടയാളപ്പെടുത്തിയിരിക്കുന്നത് കുട്ടികളുടെ എണ്ണത്തെ സൂചിപ്പിക്കുന്ന സംഖ്യകളാണ്. വിലങ്ങനെയുള്ള വരയിൽ നിശ്ചിത അകലത്തിൽ A, B, C, D, E എന്നീ ഗ്രേഡുകളും രേഖപ്പെടുത്തിയിരിക്കുന്നു. ഓരോ ഗ്രേഡിനുമുകളിലും ഒരേ വീതിയിലുള്ള ചതുരങ്ങൾ വരച്ചിരിക്കുന്നു. ചതുരങ്ങളുടെ നീളം (ഉയരം) കുട്ടികളുടെ എണ്ണത്തെ സൂചിപ്പിക്കുന്നു.

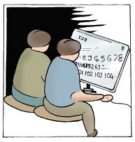


ചിത്രം വായിച്ച് പട്ടിക പൂർത്തിയാക്കൂ.

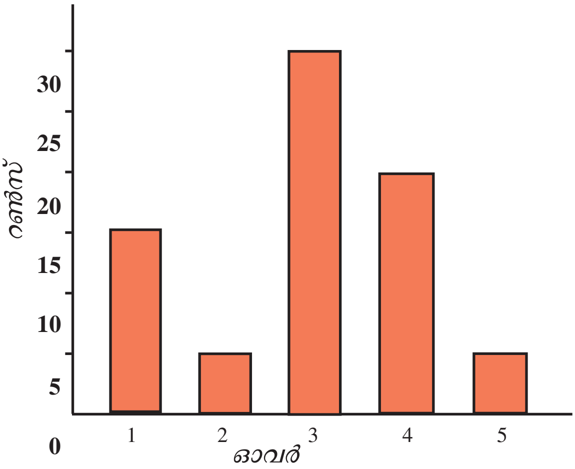
ഗ്രേഡ്	കുട്ടികളുടെ എണ്ണം
A	....
B	....
C	9
D	....
E	....

ഇത്തരത്തിൽ സംഖ്യാപരമായ വിവരങ്ങൾ ചതുരങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് സൂചിപ്പിക്കുന്ന രീതിയാണ് ബാർഗ്രാഫ് (Bar Graph) അഥവാ ബാർ ഡയഗ്രം (Bar Diagram).

ക്രിക്കറ്റ് മത്സരം



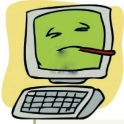
- ഒരു ക്രിക്കറ്റ് മത്സരത്തിൽ ആദ്യത്തെ 5 ഓവറുകളിൽ ഇന്ത്യൻ ടീം നേടിയ റൺസ് ചിത്രീകരിച്ചിരിക്കുന്നതു കാണുക



ഏറ്റവും കൂടുതൽ റൺസ് നേടിയത് എത്രാമത്തെ ഓവറിലാണ്?

ആദ്യത്തെ മൂന്ന് ഓവറുകളിൽ ആകെ എത്ര റൺസ് ലഭിച്ചു?

ആദ്യത്തെ 5 ഓവറുകളിൽ ഇന്ത്യൻ ടീമിന് ആകെ എത്ര റൺസ് ലഭിച്ചു?



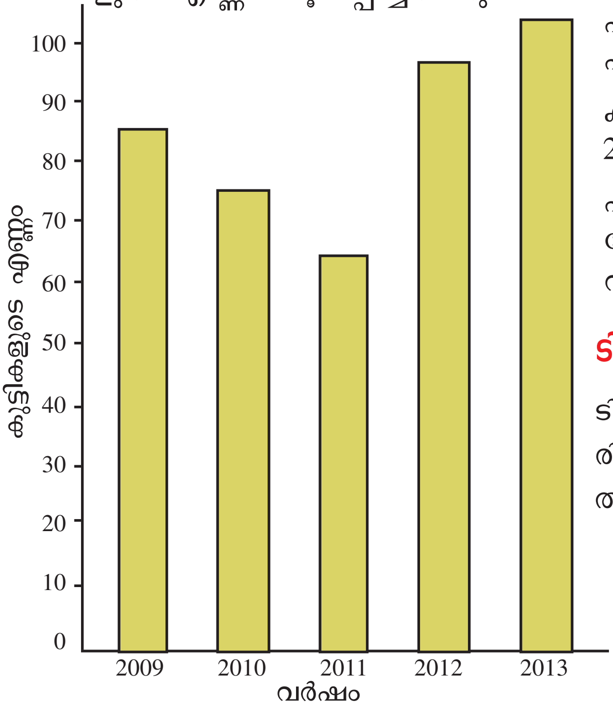
ബാർ ഡയഗ്രം കമ്പ്യൂട്ടറിൽ വരയ്ക്കാം

നമുക്ക് ലഭ്യമായതോ നാം ശേഖരിച്ചതോ ആയ വിവരങ്ങൾ പല രീതിയിലും ചിത്രീകരിക്കാറുണ്ട്. വിവരങ്ങളുടെ വിശകലനത്തിന് ഇത്തരം ചിത്രങ്ങൾ നമ്മെ വളരെയധികം സഹായിക്കും. വളരെ ലളിതമായി സ്പ്രെഡ്ഷീറ്റ് സോഫ്റ്റ്‌വെയർ ഉപയോഗിച്ച് ഒരു ബാർ ഡയഗ്രം നിർമിക്കാം.

ഇതിനായി Application -> Office -> OpenOffice.org Speadsheet/LibreOffice Calc എന്ന ക്രമത്തിൽ സ്പ്രെഡ്ഷീറ്റ് സോഫ്റ്റ്‌വെയർ തുറക്കാം. വിവരങ്ങൾ പട്ടികരൂപത്തിൽ സ്പ്രെഡ് ഷീറ്റിൽ നൽകുക. ഈ പട്ടികയിലെ ഏതെങ്കിലും കളത്തിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്തതിനുശേഷം Insert -> Chart എന്ന ക്രമത്തിൽ ബാർ ഡയഗ്രം വരയ്ക്കാം.

സ്കൂൾ പ്രവേശനം

- ഒരു സ്കൂളിൽ തുടർച്ചയായ അഞ്ചു വർഷങ്ങളിൽ ഒന്നാം ക്ലാസ്സിൽ ചേർന്ന കുട്ടികളുടെ എണ്ണം സൂചിപ്പിച്ചിരിക്കുന്നത് കാണുക.



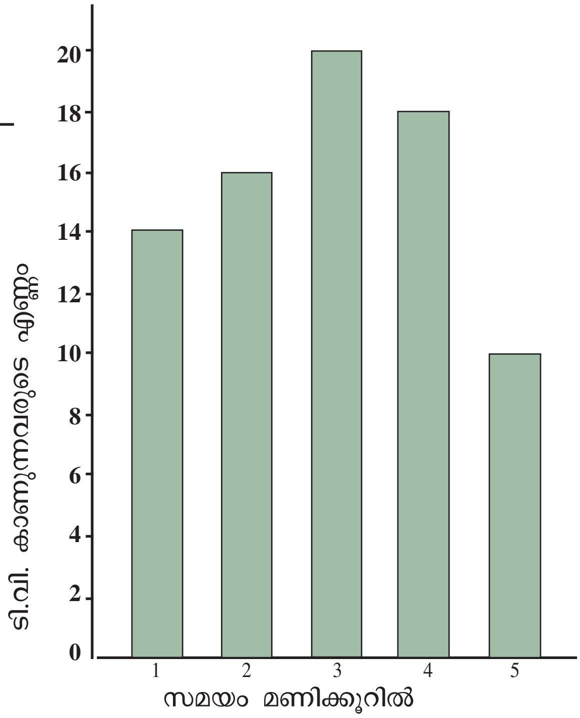
ഏതു വർഷത്തിലാണ് ഒന്നാം ക്ലാസ്സിൽ ഏറ്റവും കൂടുതൽ കുട്ടികൾ ചേർന്നത്?

കുട്ടികൾ കൂടുതൽ ചേർന്നത് 2012 ലോ 2013 ലോ? എത്ര കൂടുതൽ?

ഏറ്റവും കുറവ് കുട്ടികൾ ചേർന്ന വർഷമേത്? മുൻ വർഷത്തേക്കാൾ എത്ര കുറവാണ്?

ടി.വി. കാണുന്നത് എത്ര സമയം?

ടി.വി. കാണുന്നതുമായി ബന്ധപ്പെട്ട് ശേഖരിച്ച വിവരങ്ങളാണ് ചുവടെ ബാർ ഡയഗ്രത്തിൽ തന്നിരിക്കുന്നത്.



- 1 മണിക്കൂർ മാത്രം ടി.വി. കാണുന്നവരെത്ര? ☐
- 3 മണിക്കൂർ സമയം ടി.വി. കാണാൻ ചെലവഴിക്കുന്നവർ എത്ര പേരുണ്ട്? ☐
- 2 മണിക്കൂറിൽ കൂടുതൽ സമയം ടി.വി. കാണാൻ ചെലവഴിക്കുന്നവർ എത്ര? ☐
- ഇതുമായി ബന്ധപ്പെട്ട് കൂടുതൽ ചോദ്യങ്ങൾ തയാറാക്കൂ.

തിരിഞ്ഞുനോക്കുമ്പോൾ

പഠനനേട്ടങ്ങൾ	എനിക്ക് കഴിയും	ടീച്ചറുടെ സഹായത്തോടെ കഴിയും	ഇനിയും മെച്ചപ്പെടേണ്ടതുണ്ട്
• പിക്ടോഗ്രാഫിൽ അവതരിപ്പിച്ചിരിക്കുന്ന വിവരങ്ങൾ ശേഖരിക്കാനും തരംതിരിക്കാനും കഴിയുന്നു.			
• ബാർഗ്രാഫിൽ അവതരിപ്പിച്ചിരിക്കുന്ന വിവരങ്ങൾ ശേഖരിക്കാനും തരംതിരിക്കാനും കഴിയുന്നു.			
• ഗ്രാഫുകൾ വ്യാഖ്യാനിക്കാനും താരതമ്യം ചെയ്യാനും സാധിക്കുന്നു.			